نیایش شاه نظری — تکلیف کد ۱۰ — یازدهم تجربی

① الف) $f=\{(3,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)\}$

$n^2-n=2 \rightarrow n^2-n-2=0 \rightarrow \boxed{n=2} \rightarrow \boxed{m=3}$

$n=-1 \rightarrow \{(-1,5),(-1,4)\}$

← عبارت تابع نیست

ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

$\rightarrow \{(2,3),(m,3)\} \rightarrow \boxed{m=2}$

$\rightarrow \{(-1,1),(a,1)\} \rightarrow \boxed{a=-1}$

$\rightarrow \{(1,2),(1,n)\} \rightarrow \boxed{n=2}$

---

② هرکدام از ضابطه های مختلف این تابع به تنهایی در دامنه خود یک به یک اند

← اشتراک برد ها باید تهی باشد

$$f(x)=\begin{cases} 3x-1 & x\geq 1 \\ x+a & x<1 \end{cases}$$

$R_{\text{ضابطه اول}} = x=1 \rightarrow 3\times1-1=2$

$\rightarrow R_f=[2,+\infty)$

$R_{\text{ضابطه دوم}} \rightarrow x+a<2$

$\left.\begin{matrix} x<2-a \\ x<1 \end{matrix}\right\} \rightarrow 2-a\geq 1 \rightarrow 1\geq a \rightarrow \boxed{a\in(-\infty,1]}$

③ در دامنه مشخص هر ضابطه یک به یک است.

$$f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ ax+a-1 & x<0\end{cases}$$

$R_1 \to x=1 \to y=2 \to R_1=[2,+\infty)$

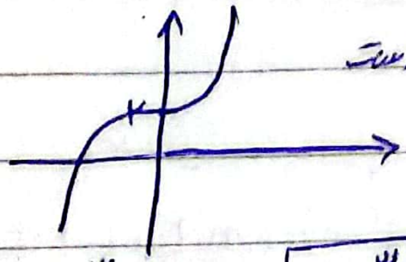
$R_1\cap R_2=\emptyset \to R_2\subseteq \mathbb{R}-[2,+\infty) \to R_2\subseteq(-\infty,2)$

$x=0 \to a-1<2$

$\boxed{a<3}$

④

الف) $y=x^3+2$

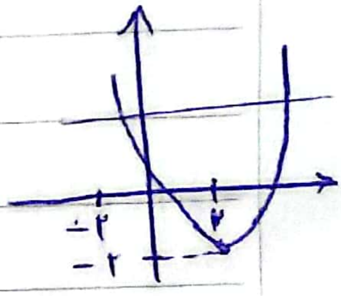


تابع یک به یک است

$x^3=y-2 \to x=\sqrt[3]{y-2} \to \boxed{y=\sqrt[3]{x-2}}$

ب) $y=x^2-4x+2$

$$ext\left|\begin{array}{l}\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{4}{2}=2\\[2mm] \dfrac{-\Delta}{4a}=2^2-4(2)+2=-2\end{array}\right.$$

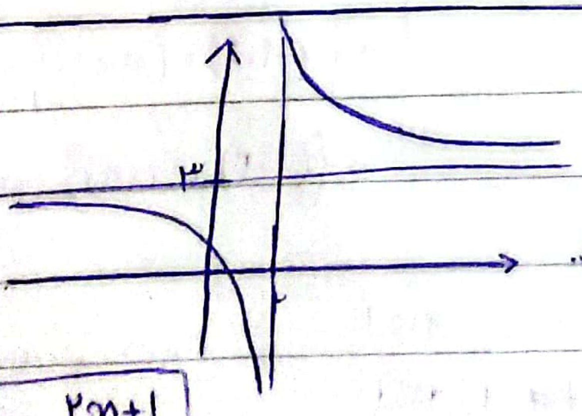


← تابع یک به یک نیست

→ معکوس پذیر نیست

⑤

الف) $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$



تابع یک به یک است.

$x=\dfrac{2y+1}{y-3}$

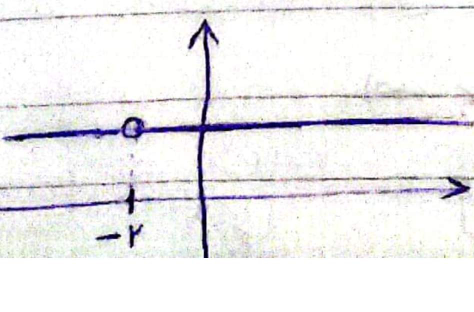
$\boxed{y=\dfrac{2x+1}{x-3}}$

ب) $y=\dfrac{2x+4}{x+2} \Rightarrow y=2$

تابع هموگرافیک نیست و تابع ثابت ۲ است

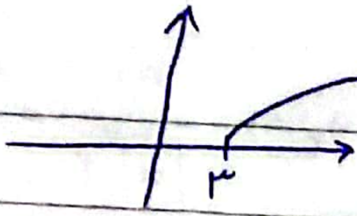
← تابع یک به یک نیست ←

معکوس نمی‌شود



⑥

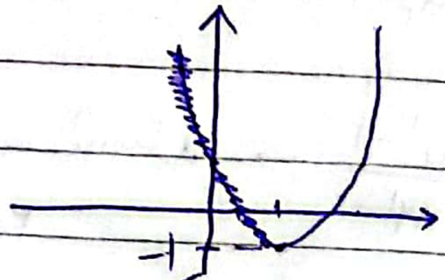
الف) $y=\sqrt{x-3}$ تابع یک به یک است



$y^2 = x-3 \to x = y^2+3 \to \boxed{y = x^2+3} \to \boxed{x \in [0,+\infty)}$

ب) $y = x^2-4x+3 \qquad x \in [2,+\infty)$

$$\text{ext}\left|\begin{array}{l} \dfrac{-b}{2a} = 2 \\ 2^2 - 8 + 3 = -1 \end{array}\right.$$



تابع در بازه گفته شده یک به یک است ←

$y = x^2 - 4x + 4 - 1$

$y = (x-2)^2 - 1 \to (x-2)^2 = y+1 \to x-2 = \sqrt{y+1}$

$x = \sqrt{y+1} + 2 \to \boxed{y = \sqrt{x+1} + 2}$

$R_f = D_{f^{-1}} \to R_f = [-1,+\infty) \to \boxed{x \in [-1,+\infty)}$

---

⑦

$f(x) = x + \sqrt{x} \qquad x \in (0,+\infty)$

$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c}$

$\sqrt{x} = a \to y = a^2 + a$

$y = a^2 + a + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

$y = (a + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

$y + \frac{1}{4} = (a + \frac{1}{2})^2$

$(\sqrt{x})^2 = \left(\sqrt{y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}\right)^2 \leftarrow a = \sqrt{y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$

$x = y + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 2(\frac{1}{2})\sqrt{y + \frac{1}{4}} \qquad a + 2b + 4c = 1 + 1 - 1 = \boxed{1}$

$x = y + \frac{1}{2} - \sqrt{y + \frac{1}{4}} \to y = x + \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}} \to \left.\begin{array}{l} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{-1}{4} \end{array}\right\}$

تاریخ: / /

موضوع:

1

$$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \to y_1=y_2 \to \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}$$

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{x_1^2-2}}{\sqrt{x_2^2-2}}\right)^2 \leftarrow x_1\sqrt{x_2^2-2}=x_2\sqrt{x_1^2-2}$$

$$\frac{x_1^2}{x_2^2}=\frac{x_1^2-2}{x_2^2-2} \to \cancel{x_1^2x_2^2}-2x_1^2=\cancel{x_1^2x_2^2}-2x_2^2$$

$$2x_1^2=2x_2^2 \to x_1^2=x_2^2$$

برای یک y دو x قرینه نمی‌توانند وجود داشته باشد. ← $x_1=\pm x_2$

معکوس → $y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \to y^2=\frac{x^2}{x^2-2} \to x^2=\frac{2y^2}{y^2-1}$

$$\boxed{y=\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}}} \leftarrow x=\frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{y^2-1}}$$

4

$$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|} \to f(x) \Rightarrow y=\frac{x}{1+|x|}$$

چون x در صورت سوال عددی منفی است $|x|=-x$

$$f(x) \Rightarrow y=\frac{x}{1+|x|} \xrightarrow{|x|=-x} y=\frac{x}{-x+1} \to x=\frac{+y}{+1} \to \boxed{y=\frac{x}{x+1}}$$

$$f\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{-\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{-2}{3}$$

$$g(x)=\sqrt{x}-1 \to g^{-1}(x) \Rightarrow y=\sqrt{x}-1$$

$$\sqrt{x}=y+1$$

$$x=y^2+2y+1 \to y=x^2+2x+1$$

$$g^{-1}\left(\frac{-2}{5}\right)=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$$

$$\boxed{f\left(\frac{-۲}{۵}\right) + g^{-1}\left(\frac{-۲}{۵}\right) = \frac{-۲}{۳} + \frac{۹}{۲۵} = \frac{-۵۰+۲۷}{۷۵} = \frac{-۲۳}{۷۵}}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[۳]{x-1} \to y = \sqrt[۳]{x-1} \to y^۳ = x-1 \to x = y^۳+1 \qquad (۱۰)$$

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} \qquad f(x) = x^۳+1 \leftarrow y = x^۳+1$$

$$g(x) = x^۳+1 + \sqrt{x^۳+1} \to \sqrt{x^۳+1} = a$$

$$y = a^۲ + a + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴} \to y + \frac{۱}{۴} = \left(a + \frac{۱}{۲}\right)^۲$$

$$a = \sqrt{y+\frac{۱}{۴}} - \frac{۱}{۲}$$

$$\left(\sqrt{x^۳+1}\right)^۲ = \left(\sqrt{y+\frac{۱}{۴}} - \frac{۱}{۲}\right)^۲$$

$$x^۳+1 = y + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} - \sqrt{y+\frac{۱}{۴}}$$

$$x = \sqrt[۳]{y + \frac{۱}{۲} - \sqrt{y+\frac{۱}{۴}} - 1}$$

$$y = \sqrt[۳]{x - \frac{۱}{۲} - \sqrt{x+\frac{۱}{۴}}} \leftarrow x = \sqrt[۳]{y - \frac{۱}{۲} - \sqrt{y+\frac{۱}{۴}}}$$

$$y = \sqrt[۳]{\frac{۲۳}{۲} - \frac{۷}{۲}} \to \boxed{y = \sqrt[۳]{۸} = ۲}$$