مرانک آقایی   تکلیف شماره ۱۰   پایه دهم دختر

---

1. الف) $(3,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)$

$m=3$

$n^2-n=2 \to n^2-n-2=0 \to (n-2)(n+1)=0 \to n=2,-1$

$\times \to (-1,4)$

$(-1,5)$

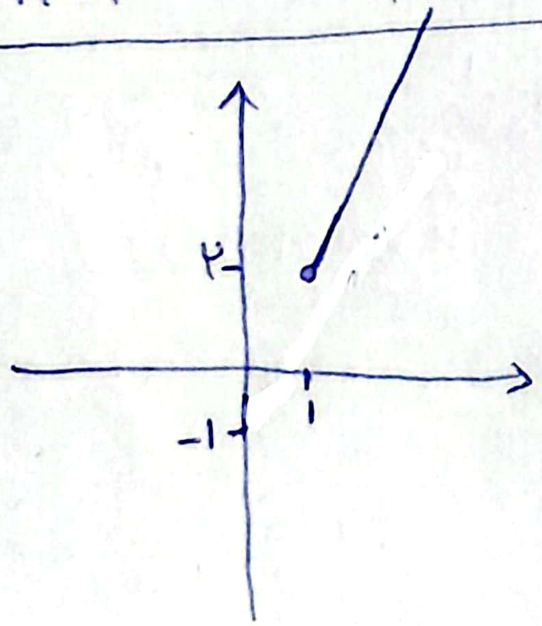
ب) $(-1,1),(1,2),(2,3),\underbrace{(a,m-1)}_{(-1,1)},\underbrace{(a+2,n)}_{(1,n)},\underbrace{(m,3)}_{(2,3)}$

$m=2$

$(a,1) \to a=-1$

$n=2$

2.



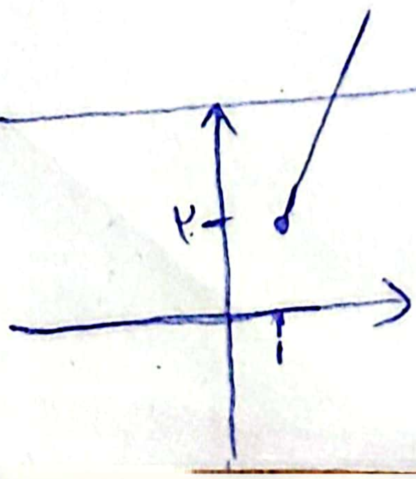
$$\begin{cases} 3x-1 & x\geq 1 \\ x+a & x<1 \end{cases}$$

$3-1=2 \xleftarrow{x=1} 3x-1$

$\begin{cases} x<1 \\ y<2 \end{cases} \to x+a<2 \to x+a=2 \xrightarrow{x=1} a=1$

$\boxed{a<1}$

3.



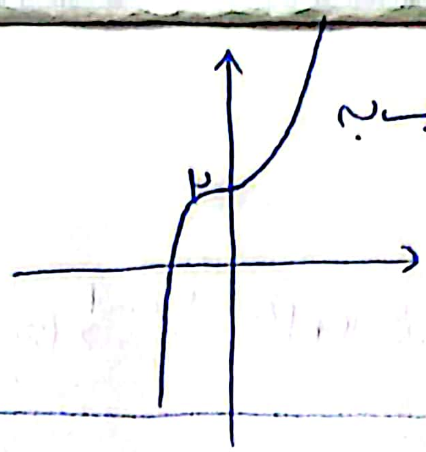
$$\begin{cases} ax+a-1 & x\leq 0 \end{cases}$$

$x=0 \to a-1<2 \to \boxed{a<3}$

4. طبق شکل تابع یک به یک است

الف) $y = x^3 + 2$

معکوس $= y = \sqrt[3]{x-2}$

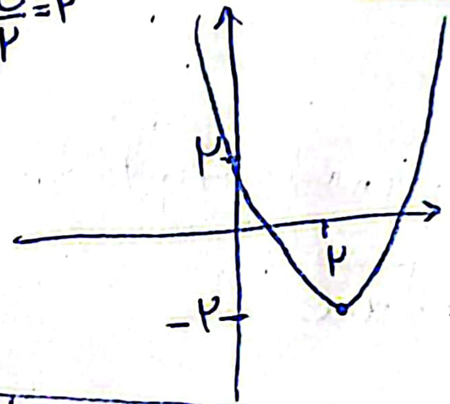


ب) $y = x^2 - 4x + 2$

$y = 4 - 8 + 2 = -2$

$\frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$

یک به یک نیست

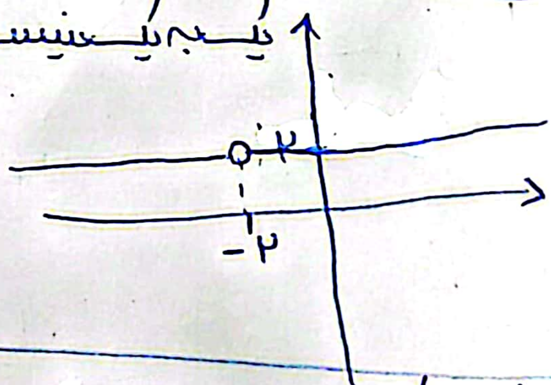


5. الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ چون هوموگرافیک است پس یک به یک است.

$yx - 2y = 3x + 1 \longrightarrow 3x - yx = 1 + 2y \longrightarrow x(3-y) = 1 + 2y \to x = \frac{1+2y}{3-y}$

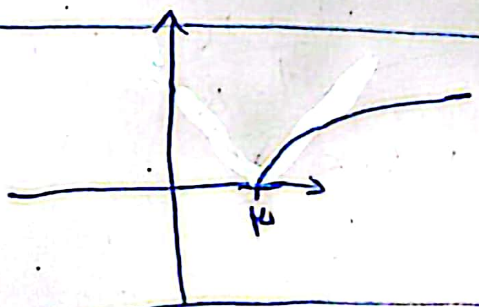
معکوس

ب) $y = \frac{4+2x}{x+2} = \frac{2(\cancel{x+2})}{\cancel{x+2}} \longrightarrow 2 = y$ یک به یک نیست



6. الف) $y = \sqrt{x-3}$ یک به یک هست

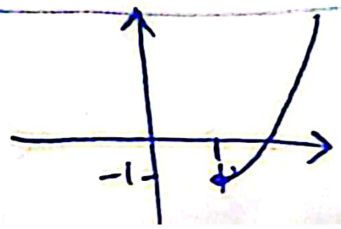
$y = x^2 + 3$ معکوس



ب) $y = x^2 - 4x + 3$ $\quad x \in [2, +\infty)$

$\frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \longrightarrow 4 - 8 + 3 = -1$

یک به یک هست



معکوس $\rightarrow y = x^{۲} - ۴x + ۳ \xrightarrow{+۱-۱} (x-۲)^{۲} - ۱ = y \rightarrow$

$y = \sqrt{x+۱} + ۲$

معکوس

$f(x) = x + \sqrt{x} \qquad (۰, +\infty)$.۷

$f^{-۱}(x) = ax + b - \sqrt{x - c}$

$x + \sqrt{x} + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴} \rightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{۱}{۲}\right)^{۲} - \frac{۱}{۴} = y \rightarrow \sqrt{x} + \frac{۱}{۲} = \sqrt{y + \frac{۱}{۴}} \rightarrow$

$x = \left(\sqrt{y + \frac{۱}{۴}} - \frac{۱}{۲}\right)^{۲} \rightarrow y = \left(\sqrt{x + \frac{۱}{۴}} - \frac{۱}{۲}\right)^{۲} \rightarrow y^{۲} = x + \underbrace{\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴}}_{\frac{۱}{۲}} - \sqrt{x + \frac{۱}{۴}}$

$۱ + ۱ - ۱ = ۱$

$a = ۱$

$b = \frac{۱}{۲} \qquad c = -\frac{۱}{۴}$

8.

$$\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} = y \longrightarrow y\sqrt{x^2-2} = x \longrightarrow y^2(x^2-2) = x^2 \longrightarrow$$

$$y^2x^2 - 2y^2 = x^2 \longrightarrow x^2 - y^2x^2 = -2y^2 \longrightarrow$$

$$x^2(-y^2+1) = -2y^2 \longrightarrow x^2 = \frac{+2y^2}{y^2-1} \longrightarrow$$

$$x = \sqrt{\frac{2y^2}{y^2-1}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}\,y}{\sqrt{y^2-1}} = x \longrightarrow y = \frac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$$ ← معکوس

یک به یک هست

9.

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \qquad g(x) = \sqrt{x} - 1$$

$$\sqrt{x} - 1 = \frac{-2}{5} \rightarrow \sqrt{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{9}{25}$$

$$f\left(\frac{-2}{5}\right) + \underbrace{g^{-1}\left(\frac{-2}{5}\right)}_{\frac{9}{25}} = ? \longrightarrow \frac{-2}{3} + \frac{9}{25} = \frac{-50+27}{75} = \boxed{\frac{-23}{75}}$$

$$\frac{x}{1+|x|} = \frac{-2}{5} \rightarrow 5x = -2 - 2|x| \xrightarrow{x>0} 5x = -2 - 2x$$

$$\xrightarrow{x<0} 5x = -2 + 2x \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{3}$$

10.

$$y = \sqrt[3]{x-1} \xrightarrow{\text{معکوس}} y^3 = x-1,\quad y^3 + 1 = x \longrightarrow \underbrace{x^3 + 1 = y}_{f(x)}$$

$$g(x) = x^3 + 1 + \sqrt{x^3+1} \longrightarrow g^{-1}(12) = x^3 + 1 + \sqrt{x^3+1} \longrightarrow x = 2$$

CS CamScanner