نام و نام خانوادگی .... هلیا عطایی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰ ...... کلاس ...... یازدهم دختر

۱

الف) $\{(3,2),(n,5),(3,n^2-n),(m,2),(-1,4)\}$

$\{(3,2),(2,5),(3,2),(m,2),(-1,4)\}$

$n^2-n=2 \to n^2-n-2=0 \to n=\begin{cases}-1 \to \text{غ ق ق} \quad (-1,5) , (-1,4) \\ 2 \to \boxed{m=3}\end{cases}$

$n=2 , m=3$

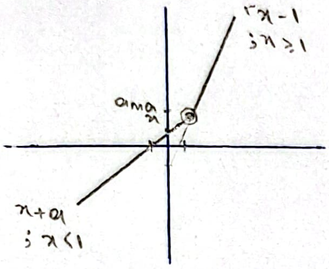
ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m,3)\}$

$\{(2,3),(m,3)\} \to \boxed{2=m}$

$(-1,1),(a,m-1) \to \boxed{a=-1}$

$(1,2),(a+2,n) \to \boxed{n=2} \Rightarrow f=\{(-1,1),(1,2),(2,3)\}$

۲

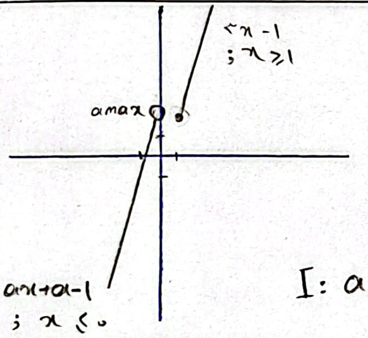


$(x+a)_{max}=(3x-1)_{min}$

$\xrightarrow{x=1} 1+a_{max}=2 \to \boxed{a_{max}=1}$

$\to a\le 1 \to a:(-\infty,1]$

۳



$(ax+a-1)_{max}=(3x-1)_{min}$

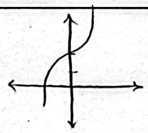
$(x_{max}=0) \qquad (x_{min}=1)$

$\to a_{max}-1=2 \to a_{max}=3 \to$ خروجی نمی‌تونه باشه / اندازه ۳

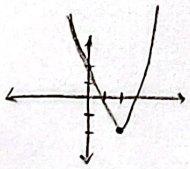
$I: a<3$ شیب باید مثبت باشد $a>0 \; II$ $\quad I\cap II: 0<a<3 : (0,3)$

۴

الف) $y=x^3+2 \to$



تابع یک به یک $\to x=y^3+2 \to y=\sqrt[3]{x-2}$: ضابطه‌ی معکوس



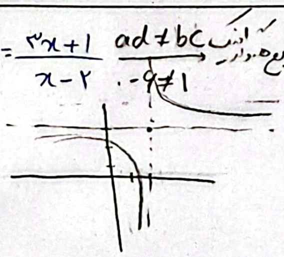
ب) $y=x^2-4x+2$

$\Delta=b^2-4ac \to \Delta=16-4(1)(2)=8 \to \Delta>0 \to$ دو ریشه‌ی حقیقی $\to$ تابع یک به یک نیست $\to$ ضابطه‌ی معکوس ندارد.

$a>0$ دارای min $\begin{cases} x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2 \\ y_{min}=4-8+2=-2\end{cases}$

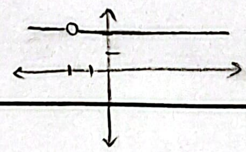
۵

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2} \xrightarrow[-6\ne 1]{ad\ne bc}$ تابع هموگرافیک است $\to$ توابع هموگرافیک یک به یک هستند $\Leftarrow$ (از روی شکل هم پیداست)



$x=\frac{3y+1}{y-2} \to y=-\frac{-2x-1}{x-3} \to y=\frac{2x+1}{x-3}$

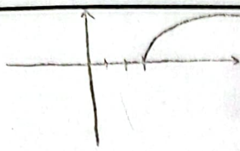
ب) $y=\frac{2x+4}{x+2} \xrightarrow[2\times 2=4\times 1]{ad=bc}$ تابع هموگرافیک نیست $\to y=\frac{2(x+2)}{x+2}$



تابع یک به یک نمی‌باشد

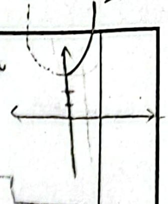
غیرقابل قبول — قابل قبول — $D_f:[0,+\infty)$

الف) $y=\sqrt{x-3}$



تابع یک به یک می باشد

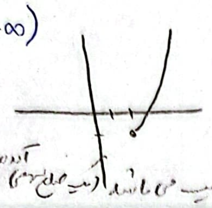
$x=\sqrt{y-3}\to y=x^2+3$



ضابطه معکوس $\longrightarrow y=x^2+3\ ,\ x\geq 0$

ب) $x^2-4x+3,\ x\in[2,+\infty)$ ۴

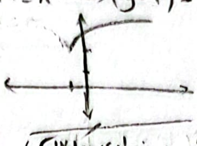
$a>0\to \min$ $\begin{cases} x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2 \\ y=4-8+3=-1 \end{cases}$



تابع یک به یک می باشد

$y^2-4y+3=x\longrightarrow (y-2)^2-1=x\to y=\pm\sqrt{x+1}+2$ $(y\geq 2)$

ق ق — غ ق ق



ضابطه معکوس: $y=\sqrt{x+1}+2$

$f(x)=x+\sqrt{x}\xrightarrow{\text{وارون تابع}} f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$

$y=x+\sqrt{x}\to x=y+\sqrt{y}\to x=(\sqrt{y}+\frac12)^2-\frac14\to y=(\sqrt{x+\frac14}-\frac12)^2\to y=x+\frac14+\frac14-\sqrt{x+\frac14}$

$ax+b-\sqrt{x-c}=x+\frac12-\sqrt{x+\frac14}$

$\begin{cases} a=1 \\ b=\frac12 \\ -c=\frac14\to c=-\frac14 \end{cases}$

$a+2b+4c=1+2(\frac12)+4(-\frac14)=1+\cancel{1}-\cancel{1}=1$

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$ $\quad \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}\longrightarrow x_1\sqrt{x_2^2-2}=x_2\sqrt{x_1^2-2}\xrightarrow{()^2}x_1^2(x_2^2-2)=x_2^2(x_1^2-2)$

$\longrightarrow \cancel{x_1^2x_2^2}-2x_1^2=\cancel{x_2^2x_1^2}-2x_2^2\longrightarrow x_1^2=x_2^2\longrightarrow x_1=\pm x_2$ (ق ق / غ ق ق)

$\longrightarrow \boxed{x_1=x_2}\longrightarrow$ تابع یک به یک می باشد

هم علامت: $\underbrace{\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}}_{(+)}=\underbrace{\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}}_{(+)}$ (از تساوی کسرها معلوم می شود x_1, x_2 هم علامت اند)

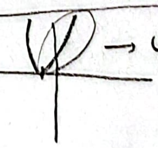
$x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}}\longrightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2}\longrightarrow x^2y^2-2x^2=y^2\to y^2(x^2-1)=2x^2\to y^2=\frac{2x^2}{x^2-1}\to y=\pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}\ ,\ x\geq 0$

$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|}\to f(x)=?$

$y=\frac{x}{1-x}$	$y=\frac{x}{1+x}$

$\Rightarrow \begin{cases} +\to x=\frac{y}{1+y}\to x+xy=y\to \frac{-x}{x-1}=y \\ -\to x=\frac{y}{1-y}\to x-xy=y\to y=\frac{x}{x+1} \end{cases}$

$f(-\frac25)\xrightarrow[x<0]{-\frac25<0} f(-\frac25)=\frac{-\frac25}{-\frac25+\frac55}=\frac{-\frac{2}{\cancel5}}{\frac{3}{\cancel5}}=-\frac23$



$\to$ ثابت $\quad (x:[-1,+\infty))$

$g(x)=\sqrt{x}-1\to g^{-1}(x)=?\quad x=\sqrt{y}-1\to x+1=\sqrt{y}\to y=(x+1)^2,\ y\geq 0$

$g(-\frac25)=(-\frac25+\frac55)^2=(\frac35)^2=\frac{9}{25}$

$f(-\frac25)+g^{-1}(-\frac25)=-\frac23+\frac{9}{25}=\frac{-50+27}{75}=\frac{-23}{75}$

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1}\to f(x)=?\quad x=\sqrt[3]{y-1}\to x^3+1=y$

$g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)}\to g(x)=x^3+1+\sqrt{x^3+1}\to g(x)=(\sqrt{x^3+1}+\frac12)^2-\frac14\to g^{-1}(x)=?$

$x=(\sqrt{y^3+1}+\frac12)^2-\frac14\to \sqrt{x+\frac14}=\sqrt{y^3+1}+\frac12\to(\sqrt{x+\frac14}-\frac12)^2=y^3+1\to y=\sqrt[3]{(\sqrt{x+\frac14}-\frac12)^2-1}$

$g^{-1}(12)=\sqrt[3]{\underbrace{(\underbrace{\sqrt{\underbrace{12+\frac14}_{\frac{49}{4}}}-\frac12}_{\frac72})^2-1}_{3}}=\sqrt[3]{9-1}=\sqrt[3]{8}=2$