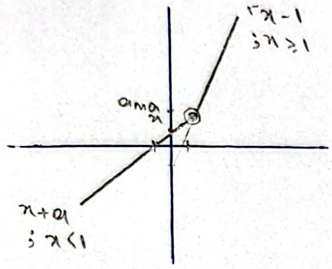
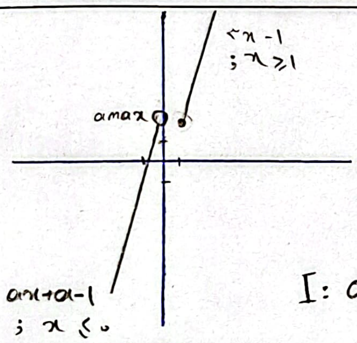
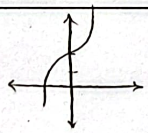
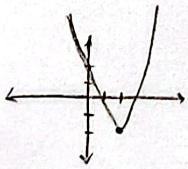
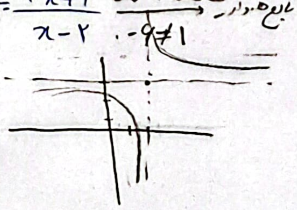
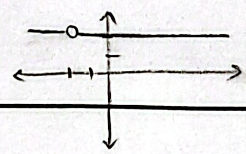
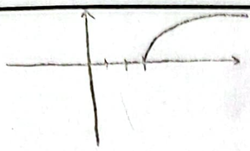
۱۹/۷۵

نام و نام خانوادگی ...هلیا عطایی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۰... کلاس ...یازدهم دختر...

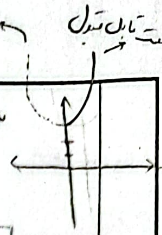
۱	الف) $\{(۳,۲),(n,۵),(۳,n^۲-n),(m,۲),(-۱,۴)\}$ $n^۲-n=۲ \to n^۲-n-۲=۰ \to n=\begin{cases}-۱ \text{ غ ق ق } \to (-۱,۵),(-۱,۴) \\ ۲ \to \boxed{m=۳}\end{cases}$ $\{(۳,۲),(۲,۵),(۳,۲),(m,۲),(-۱,۴)\}$ $n=۲ , m=۳$ ب) $f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(a,m-۱),(a+۲,n),(\frac{m}{۲},۳)\}$ $(۲,۳),(m,۳) \to \boxed{۲=m}$ $(-۱,۱),(a,m-۱) \to \boxed{a=-۱}$ $(۱,۲),(a+۲,n) \to \boxed{n=۲}$ $\Rightarrow f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳)\}$
۲	 $(x+a)_{max}=(۳x-۱)_{min}$ $\xrightarrow{x=۱} ۱+a_{max}=۲ \to \boxed{a_{max}=۱}$ $\to a\leq ۱ \to a:(-\infty,۱]$
۳	 $(ax+a-۱)_{max}=(۳x-۱)_{min}$ $(x_{max}=۰)$ $(x_{min}=۱)$ $\to a_{max}-۱=۲ \to a_{max}=۳ \to$ خروجی نمی‌تونه باشه اندازه ۳ $I: a<۳$ شیب باید مثبت باشد $a>۰$ II $I\cap II: ۰<a<۳ : (۰,۳)$
۴	الف) $y=x^۳+۲ \to$  تابع یک به یک $\to x=y^۳+۲ \to y=\sqrt[۳]{x-۲}$ ضابطه‌ی معکوس:  ضابطه‌ی معکوس ندارد. ↑ ب) $y=x^۲-۴x+۲$ $\Delta=b^۲-۴ac \to \Delta=۱۶-۴(۱)(۲)=۸ \to \Delta>۰ \to$ دو ریشه‌ی حقیقی $\to$ تابع یک به یک نیست $a>۰$ دارای min، $\begin{cases} x_{min}=\frac{-b}{۲a}=\frac{۴}{۲}=۲ \\ y_{min}=۴-۸+۲=-۲\end{cases}$
۵	الف) $y=\frac{۳x+۱}{x-۲}$ $\frac{ad\neq bc}{-۶\neq ۱}$ تابع هموگرافیک است $\to$ توابع هموگرافیک یک به یک هستند $\Leftarrow$ (دارای شکل هموگرافیک است) $x=\frac{۳y+۱}{y-۲} \to y=-\frac{-۲x-۱}{x-۳} \to y=\frac{۲x+۱}{x-۳}$  ب) $y=\frac{۲x+۴}{x+۲}$ $\frac{ad=bc}{۲\times۲=۴\times۱}$ تابع هموگرافیک نیست $\to y=\frac{۲(x+۲)}{x+۲}$  تابع یک به یک نمی‌باشد

الف) $y=\sqrt{x-3}$



تابع یک به یک می‌باشد

$x=\sqrt{y-3} \rightarrow y=x^2+3$



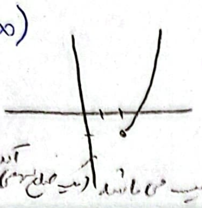
غیر قابل قبول — قسمت قابل قبول → $D_f:[0,+\infty)$

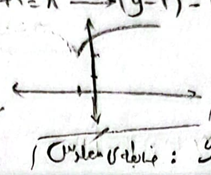
ضابطه وارون $\longrightarrow y=x^2+3 \quad , \quad x\geq 0$ (قق)

ب) $x^2-4x+3 \ , \ x\in[2,+\infty)$

$y^2-4y+3=x \longrightarrow (y-2)^2-1=x \rightarrow y=\pm\sqrt{x+1}+2 \quad (y>0)$ — قق / غقق

$a>0 \rightarrow$,min $\begin{cases} x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2 \\ y=\cancel{4}-\cancel{8}+3=-1 \end{cases}$ (اکسترمم مطلق)





تابع یک به یک می‌باشد

ضابطه وارون: $y=\sqrt{x+1}+2$

۲

$f(x)=x+\sqrt{x} \xrightarrow{\text{وارون تابع}} f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$

$y=x+\sqrt{x} \rightarrow x=y+\sqrt{y} \rightarrow x=\left(\sqrt{y}+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4} \rightarrow y=\left(\sqrt{x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow y=x+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$

$ax+b-\sqrt{x-c}=x+\frac{1}{2}-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$

$\begin{cases} a=1 \\ b=\frac{1}{2} \\ -c=\frac{1}{4} \rightarrow c=-\frac{1}{4} \end{cases}$

$a+2b+4c=1+2\left(\frac{1}{2}\right)+4\left(-\frac{1}{4}\right)$
$=1+\cancel{1}-\cancel{1}=1$

۲

۱۱۵

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \qquad \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \longrightarrow x_1\sqrt{x_2^2-2}=x_2\sqrt{x_1^2-2} \xrightarrow{(\ )^2} x_1^2(x_2^2-2)=x_2^2(x_1^2-2)$

$\longrightarrow x_1^2\cancel{x_2^2}-2x_1^2=\cancel{x_2^2x_1^2}-2x_2^2 \rightarrow x_1^2=x_2^2 \longrightarrow x_1=\pm x_2$ (قق / غقق)

$\underbrace{\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}}_{+}=\underbrace{\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}}_{+}$ هم علامت

(از آنجایی که کسرها مساوی اند x_1 و x_2 هم علامت اند)

$\longrightarrow \boxed{x_1=x_2} \longrightarrow$ تابع یک به یک می‌باشد

x و y هم علامتند پس نیازی به $\pm$ نیست

$x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \longrightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2} \rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2 \rightarrow y^2(x^2-1)=2x^2 \rightarrow y^2=\frac{2x^2}{x^2-1} \rightarrow y=\cancel{\pm}\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}} \ , \ x\geq 0$

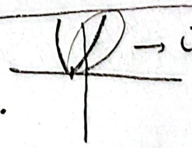
$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|} \rightarrow f(x)=?$

$y=\frac{x}{1-x}$	$y=\frac{x}{1+x}$

$\Rightarrow \begin{cases} + \rightarrow x=\frac{y}{1+y} \rightarrow x+xy=y \rightarrow \frac{-x}{x-1}=y \\ - \rightarrow x=\frac{y}{1-y} \rightarrow x-xy=y \rightarrow y=\frac{x}{x+1} \end{cases}$

۲

$f\left(\frac{-2}{5}\right) \xrightarrow[x<0]{\frac{-2}{5}<0} f\left(\frac{-2}{5}\right)=\frac{\frac{-2}{5}}{\frac{-2}{5}+\frac{5}{5}}=\frac{\frac{-2}{\cancel{5}}}{\frac{3}{\cancel{5}}}=\frac{-2}{3}$



$\rightarrow$ قق $\quad (x:[-1,+\infty))$

$g(x)=\sqrt{x}-1 \rightarrow g^{-1}(x)=? \qquad x=\sqrt{y}-1 \rightarrow x+1=\sqrt{y} \rightarrow y=(x+1)^2 \ , \ y\geq 0$

$g\left(\frac{-2}{5}\right)=\left(\frac{-2}{5}+\frac{5}{5}\right)^2=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

$f\left(\frac{-2}{5}\right)+g^{-1}\left(\frac{-2}{5}\right)=\frac{-2}{3}+\frac{9}{25}=\frac{-50+27}{75}=\frac{-23}{75}$

$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \rightarrow f(x)=? \qquad x=\sqrt[3]{y-1} \rightarrow x^3+1=y$

۲

$g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)} \rightarrow g(x)=x^3+1+\sqrt{x^3+1} \rightarrow g(x)=\left(\sqrt{x^3+1}+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4} \rightarrow g^{-1}(x)=?$

$x=\left(\sqrt{y^3+1}+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4} \rightarrow \sqrt{x+\frac{1}{4}}=\sqrt{y^3+1}+\frac{1}{2} \rightarrow \left(\sqrt{x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}\right)^2=y^3+1 \rightarrow y=\sqrt[3]{\left(\sqrt{x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}\right)^2-1}$

$g^{-1}(12)=\sqrt[3]{\left(\underbrace{\sqrt{\underbrace{12+\frac{1}{4}}_{\frac{49}{4}}}}_{\frac{7}{2}}-\frac{1}{2}\right)^2-1}=\sqrt[3]{9-1}=\sqrt[3]{8}=2$

۳۰۲