آتیلا زنگنه بابدی

۱۸٫۲۵

۱) الف) $f = \{(3,3), (x,5), (3, x^2 - x), (x, 2), (-1, 4)\}$

ب) $f = \{(-1,1), (1,3), (2,3), (a, x-1), (a+2, x), (x, 3-1)\}$

۲

الف $\rightarrow x = 3$

$x^2 - x = 2$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) \begin{cases} 2 \checkmark \\ -1 \end{cases}$

ب $\rightarrow x = 2$

$2 - 1 = 1$

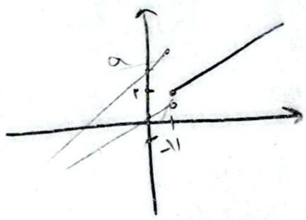
$\boxed{a = -1}$

$-1 + 2 = 1$

$(1, x) \rightarrow x\ \boxed{-2}$

۲) صورت a

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & ; x \geq 1 \\ x + a & ; x < 1 \end{cases}$$



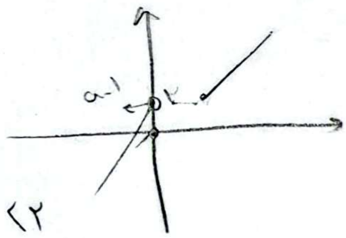
$(-\infty, 2]$

۱

$1 + a \leq 2 \rightarrow a \leq 1$

۳)

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \geq 1 \\ ax + a - 1 & x \leq 0 \end{cases}$$



$\underline{I\ a > 0}$

$, 2)$

۱٫۷۵

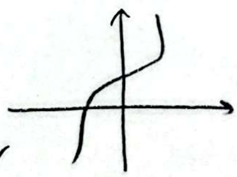
$-\infty < a - 1 < 2$

$\cancel{-\infty} < a < 3$

$\xrightarrow{I} 1 < a < 3$

۴)

الف) $y = x^3 + 2 \checkmark$



$x = y^3 + 2 \rightarrow y = \sqrt[3]{x - 2}$

۲

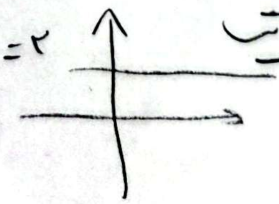
ب) $x^2 - 2x + 2$ کمتر یک به یک نیست

۵)

الف) $y = \dfrac{3x + 1}{x - 2}$ ⟶ ✓ معکوس پذیر است

$x = \dfrac{2y + 1}{y - 1} \rightarrow y = \dfrac{2x + 1}{x - 3}$

ب) $y = \dfrac{4 + 2x}{x + 2}$ $\quad \dfrac{2(2 + \cancel{x})}{\cancel{x + 2}}$ $\quad y = 2$



یک به یک نیست

۱٫۷۵

۶)

الف) $y=\sqrt{x-3}$ ✓ $\to$

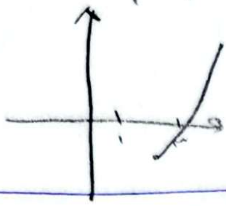
$x=\sqrt{y-3}$

$x^2=y-3 \to y=x^2+3$

(۲)

ب) $y=x^2-4x+3$ ، $x\in[2,+\infty)$ ✓

$\frac{4}{2}=2$



$x=y^2-4y+3 \to x=(y-2)^2-1$

$(y-2)^2=x+1 \to y=\sqrt{x+1}+2$

---

۷)

(۲)

$f(x)=x+\sqrt{x}$

$(0,\infty)$

$x=y+\sqrt{y} \to x=y+\sqrt{y}+\frac14-\frac14=(\sqrt{y}+\frac12)^2-\frac14$

$x+\frac14=(\sqrt{y}+\frac12)^2$

$\sqrt{x+\frac14}-\frac12=\sqrt{y} \to y=x+\frac12-\sqrt{x+\frac14}=y$

$f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$

$a+2b+4c=?$

$a=1 \quad b=\frac12 \quad c=-\frac14$

$a+2b+4c=\underline{1}$

---

۸)

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \to x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \to x^2=\frac{y^2}{y^2-2} \to x^2y^2-2y=y^2$

(۱,۷۵)

$\to x^2y^2-y^2=2x^2 \to y^2(x^2-1)=2x^2 \to y^2=\frac{2x^2}{x^2-1}$ ✓

$y=\pm\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}$

ی قرار هم علامت
y و x

$\frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2} \to x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_1^2x_2^2-2x_2^2$

$\to x_1^2=x_2^2 \to x_1=\pm x_2 \to$ ولی نمی‌تواند در معادلات درست باشد

$x_1=x_2$

---

۹)

(۲)

$\frac{x}{1+|x|}=f^{-1}(x)$ $\qquad f(-\frac25)+g^{-1}(-\frac25)=?$

$g(x)=\sqrt{x}-1$

هم‌علامت

$\xrightarrow{f(x)} x=\frac{y}{1+|y|}$ و y $\quad x-1$

y هم‌علامت

$\xrightarrow{g^{-1}} x=\sqrt{y}-1 \to (x+1)^2=y$

$f(-\frac25) \Rightarrow -\frac25=\frac{y}{1+|y|} \xrightarrow{y<0} -\frac25=\frac{y}{1-y} \to -2+2y=5y,\ -2=3y \to y=\frac{-2}{3}$

$g^{-1}(-\frac25) \to (-\frac25+1)^2=\frac{9}{25} \to \frac{9}{25}+(-\frac23)=\frac{27-50}{75}=\frac{-23}{75}$

Scanned with CamScanner

۱۰) ۲

$f^{-1}(x) = \sqrt[۳]{x-۱}$

$g(x) = f(x) + \sqrt[۴]{f(x)}$

$g^{-1}(۱۲) = ?$

$f(x) \longrightarrow x = \sqrt[۳]{y-۱} \longrightarrow y-۱ = x^۳ \longrightarrow \boxed{y = x^۳+۱}$

$g(x) = x^۳+۱+\sqrt{x^۳+۱}$

$y^۳+۱+\sqrt{y^۳+۱} = x$

$g^{-1}(۱۲) - y^۳+\sqrt{y^۳+۱} = ۱۱$

$\longrightarrow y = ۲ \longrightarrow g^{-1}(۱۲) = \boxed{۲}$