تکلیف شماره ۱ Subject: Date: بنام خدا

نیلی امینی

Sa Su Mo Tu We Th Fr

یازدهم تجربی

۱) الف) $f = \{(3,2)(n,5)(m,2)(3, \underbrace{n^2-n}_{2^2-2=2})(-1,4)\}$

$n^2-n=2 \rightarrow n^2-n-2=0$

$(n-2)(n+1)=0 \rightarrow$ -1 یا 2 $\xrightarrow{if}$ $n=-1$ غ ق ق

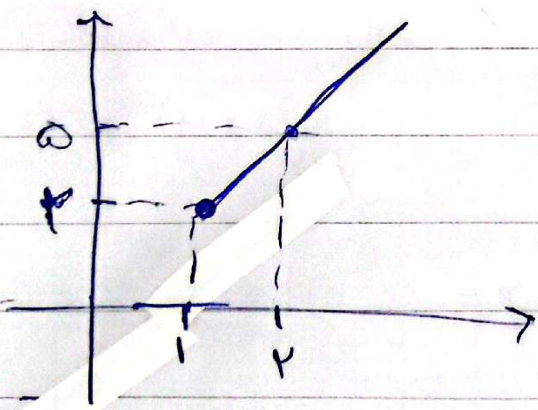
if $n=2$ ✓✓

$\Rightarrow \boxed{n=2, m=3}$

ب) $f = \{(-1,1)(1,2)(2,3)(\underbrace{a}_{-1}, \underbrace{m-1}_{1})(\underbrace{a+2}_{1}, n)(\underbrace{m}_{2},3)\}$

$m=2$, $(n=2)$

۲) $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ x+a & ; x < 1 \end{cases}$

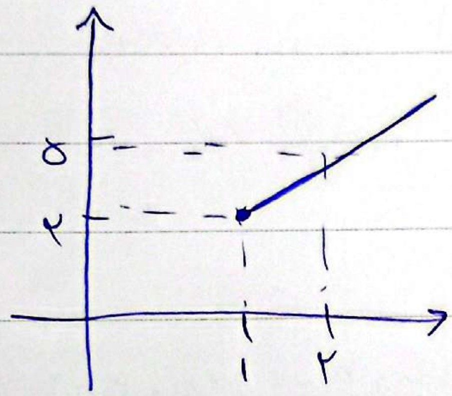


$x+a \leq 2 \xrightarrow[x=1]{} a+1 \leq 2$

$\rightarrow a \leq 1 \rightarrow a \in (-\infty, 1]$

(۳) تابع

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ ax+a-1 & ; x \leq 0 \end{cases}$$



$ax+a-1 < 2$

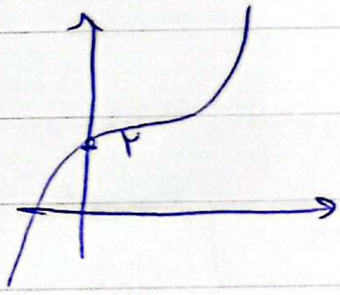
$ax+a < 3 \xrightarrow[x=0]{} \underline{a<3}$

$\Rightarrow \underline{a \in (0,3)}$

(۴)

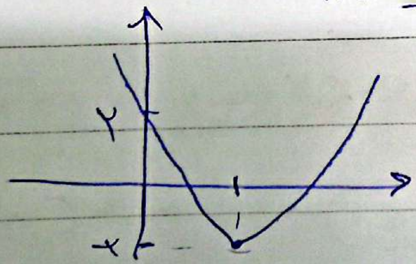
الف) $y = x^3+2 \rightarrow$ یک به یک ✓

الف)



ب) $y = x^2-4x+2$

سهمی ← یک به یک نیست ✗!



الف) $x = y^3+2$

$x-2 = y^3 \Rightarrow \underline{y = \sqrt[3]{x-2}}$

ب) چون یک به یک نیست وارون پذیر نمی باشد!!!

IRISL GROUP

CS CamScanner

Subject:　　　　Date:　　　　Sa Su Mo Tu We Th Fr

(۵)

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ تابع هموگرافیک هست

یک به یک ✓

$\xrightarrow[y\,\text{و}\,x]{\text{جابجایی}}$ $x=\frac{3y+1}{y-2} \to xy-2x=3y+1$

$xy-3y=2x+1$

$y(x-3)=2x+1$

$\to y=\frac{2x+1}{x-3}$

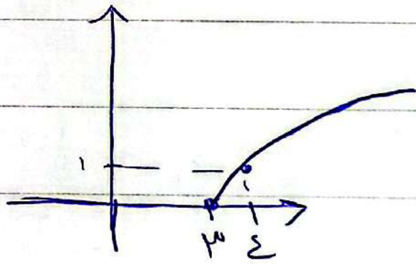
ب) $\frac{4+2x}{x+2}=\frac{2(\cancel{2+x})}{(\cancel{x+2})} \Rightarrow$ یک به یک نیست

وارون پذیر نمی باشد!!

(۶)

الف) $y=\sqrt{x-3}$ هست

$\to$ یک به یک



$\to x=\sqrt{y-3} \to x^2=y-3 \Rightarrow y=x^2+3$

ب) $y=x^2-4x+3$, $x\in[2,+\infty)$

طول رأس سهمی

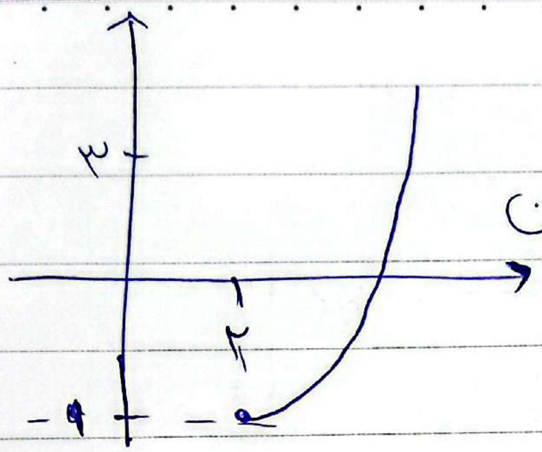
$=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2 \to$ تابع یک به یک است

ادامه

IRISL GROUP

CamScanner

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr



$$y=(x-۲)^۲-۱$$

$$\xrightarrow{\text{وارون}} x=(y-۲)^۲-۱$$

$$\Rightarrow x+۱=(y-۲)^۲$$

$$\pm\sqrt{x+۱}=y-۲$$

$$\Rightarrow y=۲\pm\sqrt{x+۱}$$

دامنه‌ی تابع اول = برد تابع ۲ ←

$$y=۲+\sqrt{x+۱} \qquad \underbrace{۲-\sqrt{x+۱}}_{\text{غ ق ق}}$$

---

۷)

$$f(x)=x+\sqrt{x}$$

$$f^{-۱}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$$

$$x=y+\sqrt{y}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۴}=(\sqrt{y}+\frac{۱}{۲})^۲-\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow x+\frac{۱}{۴}=(\sqrt{y}+\frac{۱}{۲})^۲ \Rightarrow \sqrt{y}+\frac{۱}{۲}=\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{y}=\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}-\frac{۱}{۲} \longrightarrow y=x+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۴}-\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}$$

$$=x-\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}+\frac{۱}{۲}$$

$$a=۱,\quad b=\frac{۱}{۲},\quad c=-\frac{۱}{۴}$$

$$a+۲b+۴c=۱+۱-۱=۱$$

IRISL GROUP

CamScanner

٨

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$$

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \to \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2}$$

$$x_1^2\cancel{x_2^2} - 2x_1^2 = x_2^2\cancel{x_1^2} - 2x_2^2$$

$x_2^2 = x_1^2 \to x_1 = \pm x_2 \Rightarrow$ تابع یک‌به‌یک نیست!

غیرقابل قبول

$$x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2 - 2x^2 = y^2$$

$$x^2y^2 - y^2 = 2x^2 \to y^2(x^2-1) = 2x^2 \to y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1}$$

غیرقابل قبول

$$y = \frac{\pm\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$$

٩

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \qquad g(x) = \sqrt{x}-1$$

$$f\left(-\frac{2}{5}\right) + g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)$$

ص بعد

IRISL GROUP

CamScanner

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

$f(-\frac{۲}{۵}) \Rightarrow f^{-1}(a) = -\frac{۲}{۵}$

$\Rightarrow \frac{x}{۱+|x|} = -\frac{۲}{۵} \Rightarrow -۲-۲|x| = ۵x$

$-۲ = ۷x \to x = -\frac{۲}{۷}$ غ ق ق

$-۲ = ۳x \to x = -\frac{۲}{۳}$ ق ق ✓

$g^{-1}(-\frac{۲}{۵}) \Rightarrow \sqrt{x} - ۱ = -\frac{۲}{۵}$

$\sqrt{x} = -\frac{۲}{۵} + ۱ = \frac{۳}{۵} \Rightarrow x = \frac{۹}{۲۵}$

$\Rightarrow -\frac{۲}{۳} + \frac{۹}{۲۵} = \frac{-۵۰+۲۷}{۷۵} = \boxed{\frac{-۲۳}{۷۵}}$

---

(۱۰)

$f^{-1}(x) = \sqrt[۳]{x-۱}$

$f(x) + \sqrt{f(x)} = g(x)$ $\qquad g^{-1}(۱۲) = ?$

$y = \sqrt[۳]{x-۱} \xrightarrow[\text{وارون}]{} x = \sqrt[۳]{y-۱}$

$\to x^۳ = y-۱ \Rightarrow x^۳+۱ = y$

ادامه

$$\underbrace{x^{۳}+۱}_{a^{۲}} + \sqrt{\underbrace{x^{۳}+۱}_{a}} = ۱۲$$

$$a^{۲}+a = ۱۲ \rightarrow a^{۲}+a-۱۲=۰ \rightarrow (a+۴)(a-۳)=۰$$

$$\rightarrow \underbrace{a=-۴}_{\text{غ ق ق}} \ \text{یا} \ a=۳ \longrightarrow \sqrt{x^{۳}+۱}=۳$$

$$x^{۳}+۱=۹ \rightarrow x^{۳}=۸ \Rightarrow \boxed{x=۲}$$

$$g^{-1}(۱۲)=۲$$