تکلیف شماره ۱۰۵ Subject: Date: بنام خدا ۲۰ ثنا امینی یازدهم رحمت

الف) $f=\{(3,2)(n,5)(m,2)(3,\underbrace{n^2-n}_{3^2-3=2})(-1,4)\}$ ①

$n^2-n=2 \longrightarrow n^2-n-2=0$

$(n-2)(n+1)=0 \longrightarrow$ ۲ یا ۱- $\xrightarrow{if}$ $n=-1$ غ ق ق

$if\ n=2$ ✓✓

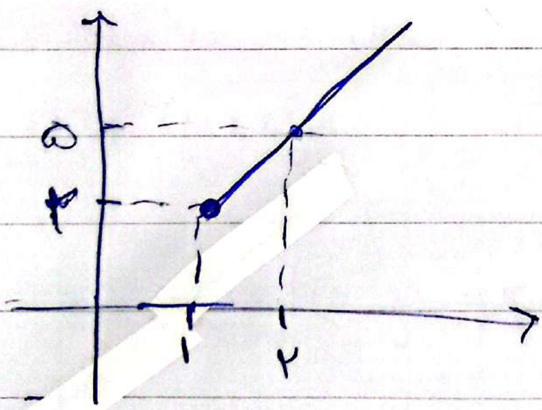
۲

$\Longrightarrow \boxed{n=2, m=3}$

ب) $f=\{(-1,1)(1,2)(2,3)(\underset{-1}{a},\underset{1}{m-1})(\underset{1}{a+2},n)(\underset{3}{m},3)\}$

$m=2,\ (n=2)$

$f(x)=\begin{cases}3x-1 & ; x\geq 1\\ x+a & ; x<1\end{cases}$ ②



$x+a\leq 2 \xrightarrow{x=1} a+1\leq 2$

$\longrightarrow a\leq 1 \longrightarrow a\in(-\infty,1]$

۲

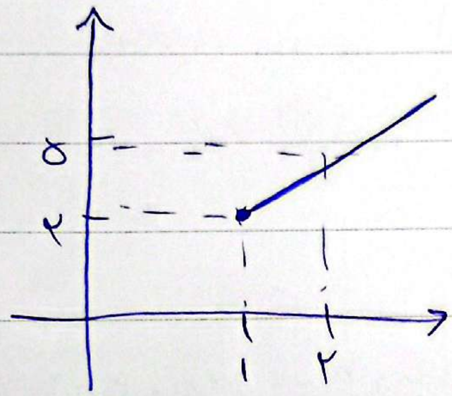
IRISL GROUP

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

(۳) تابع

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x \geq 1 \\ ax+a-1 & ; x < 0 \end{cases}$$

(۲)



$ax+a-1 < 2$

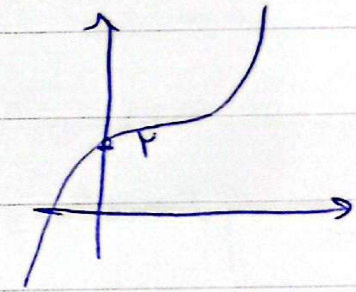
$ax+a < 3 \xrightarrow{x=0} \underline{a<3}$

$\Rightarrow \underline{a \in (0,3)}$

(۴)

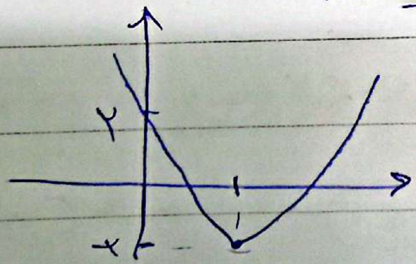
الف) $y = x^3+2 \rightarrow$ یک به یک ✓

الف)



ب) $y = x^2-4x+2$

سهمی $\xrightarrow{\times}$ یک به یک نیست!



(۲)

الف) $x = y^3+2$

$x-2 = y^3 \Rightarrow \underline{y = \sqrt[3]{x-2}}$

ب) چون یک به یک نیست وارون پذیر نمی باشد!!!

IRISL GROUP

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

۵) الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ تابع هوموگرافیک هست
یک به یک ✓

$\xrightarrow[y\,و\,x]{\text{جابه‌جایی}} x=\frac{3y+1}{y-2} \rightarrow xy-2x=3y+1$

$xy-3y=2x+1$

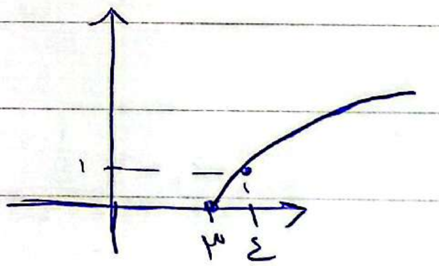
$y(x-3)=2x+1$

$\rightarrow y=\frac{2x+1}{x-3}$

ب) $\frac{4+2x}{x+2}=\frac{2(\cancel{2+x})}{(\cancel{x+2})} \Rightarrow$ یک به یک هست
وارون پذیر نمی باشد!!!

۲

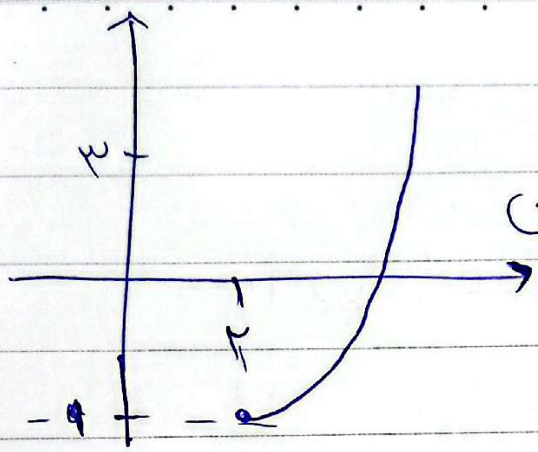
۶) الف) $y=\sqrt{x-3}$ هست
$\rightarrow$ یک به یک



$\rightarrow x=\sqrt{y-3} \rightarrow x^2=y-3 \Rightarrow y=x^2+3$

۲

ب) $y=x^2-4x+3$ و $x\in[2,+\infty)$
طول رأس سهمی
$=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2}=2 \longrightarrow$ تابع یک به یک است
ادامه



$y = (x-2)^2 - 1$

وارون $\Longrightarrow x = (y-2)^2 - 1$

$\Longrightarrow x+1 = (y-2)^2$

$\pm\sqrt{x+1} = y-2$

$\Longrightarrow \underbrace{y = 2 \pm \sqrt{x+1}}$

دامنه‌ی تابع اول = برد تابع ② ←

$\Longleftarrow \underbrace{2 - \sqrt{x+1}}_{\text{غ ق ق}}$

$y = 2 + \sqrt{x+1}$

---

⑦

$f(x) = x + \sqrt{x}$

$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c}$

$x = y + \sqrt{y} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

$\Longrightarrow x + \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{2})^2 \Longrightarrow \sqrt{y} + \frac{1}{2} = \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$\Longrightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \longrightarrow y = x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$= x - \sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}$

$a + 2b + 4c = 1 + 1 - 1 = 1$

$a = 1$
$b = \frac{1}{2}$
$c = -\frac{1}{4}$

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

۸

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$$

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2}$$

$$x_1^2\cancel{x_2^2} - 2x_1^2 = x_2^2\cancel{x_1^2} - 2x_2^2$$

$$x_2^2 = x_1^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2 \Longrightarrow$$ تابع یک به یک نیست!

غیرقابل قبول

۲

$$x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2 - 2x^2 = y^2$$

$$x^2y^2 - y^2 = 2x^2 \rightarrow y^2(x^2-1) = 2x^2 \rightarrow y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1}$$

غیرقابل قبول

$$y = \frac{\pm\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$$

۹

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \qquad g(x) = \sqrt{x}-1$$

$$f\left(-\frac{2}{5}\right) + g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)$$

۲

ص بعد

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

$$f\left(-\frac{2}{5}\right) \Longrightarrow f^{-1}(a) = -\frac{2}{5}$$

$$\Longrightarrow \frac{x}{1+|x|} = -\frac{2}{5} \Rightarrow -2-2|x| = 5x$$

$-2 = 7x \rightarrow x = -\frac{2}{7}$ غ ق

$-2 = 3x \rightarrow x = -\frac{2}{3}$ ق ق ✓

$$g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right) \Longrightarrow \sqrt{x} - 1 = -\frac{2}{5}$$

$$\sqrt{x} = -\frac{2}{5} + 1 = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3} + \frac{9}{25} = \frac{-50+27}{75} = \boxed{-\frac{23}{75}}$$

۱۰

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

$$g^{-1}(12) = ?$$ ۲

$$f(x) + \sqrt{f(x)} = g(x)$$

$$y = \sqrt[3]{x-1} \xrightarrow{\text{وارون}} x = \sqrt[3]{y-1}$$

$$\rightarrow x^3 = y-1 \Rightarrow x^3 + 1 = y$$

ادامه →

IRISL GROUP

$$\underbrace{x^{۳}+۱}_{a^{۲}}+\sqrt{\underbrace{x^{۳}+۱}_{a}}=۱۲$$

$$a^{۲}+a=۱۲ \rightarrow a^{۲}+a-۱۲=۰ \rightarrow (a+۴)(a-۳)=۰$$

$$\rightarrow \underbrace{a=-۴}_{\text{غ ق ق}} \ \text{یا} \ a=۳ \longrightarrow \sqrt{x^{۳}+۱}=۳$$

$$x^{۳}+۱=۹ \rightarrow x^{۳}=۸ \Rightarrow \boxed{x=۲}$$

$$g^{-1}(۱۲)=۲$$