

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 3\}$$

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$B \times B = B^2 = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$A \times B - B^2 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} - \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} = \{(1, 2), (1, 3)\} \Rightarrow \text{جواب}$$

۱

الف) $f(u) = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 2)\}$

* اگر $m=2$ باشد
 زوجی (۲، ۱) و (۲، ۲) و (۲، ۳)
 با هم یکی که مؤلفه‌های
 اول برابر پس مؤلفه‌های
 دوم هم برابر پس
 پس $m=2$ پس $x=m=2$ قبول است
 جواب

مؤلفه‌های اول یکی
 پس مؤلفه‌های
 باید یکی باشد

$$m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m=2 \rightarrow m=-1$$

۲

ب) $g(u) = \{(3, m^2), (2, 1), (m, 2), (-2, m), (-1, 3)\}$

* اگر $m=2$ باشد زوج
 (۲، ۱) و (۲، ۲)
 مؤلفه‌های اول یکسان
 و مؤلفه‌های دوم متفاوت پس
 اگر $m=-1$ باشد زوج
 (-۱، ۳) و (-۱، ۲)
 مؤلفه اول برابر و مؤلفه دوم متفاوت پس
 پس $m=2$ یا $m=-1$ یا $m=1$ تابع نیست
 جواب

مؤلفه‌های اول
 یکی پس مؤلفه‌های
 باید یکی باشد

$$m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m=2 \rightarrow m=-1$$

$$f(u) = \begin{cases} u^2 - 1 & ; u \leq 1 \\ au + b & ; 1 \leq u \leq 2 \\ u^3 & ; u \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2 - 1 = au + b & \text{if } u=1 \\ au + b = u^3 & \text{if } u=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 - 1 = a + b \rightarrow 0 = a + b \\ 2a + b = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -(a+b=0) \\ 2a+b=8 \\ a=8 \\ b=-8 \end{cases}$$

$a \times b \rightarrow 8 \times -8 = -64 \rightarrow \text{جواب}$

۳

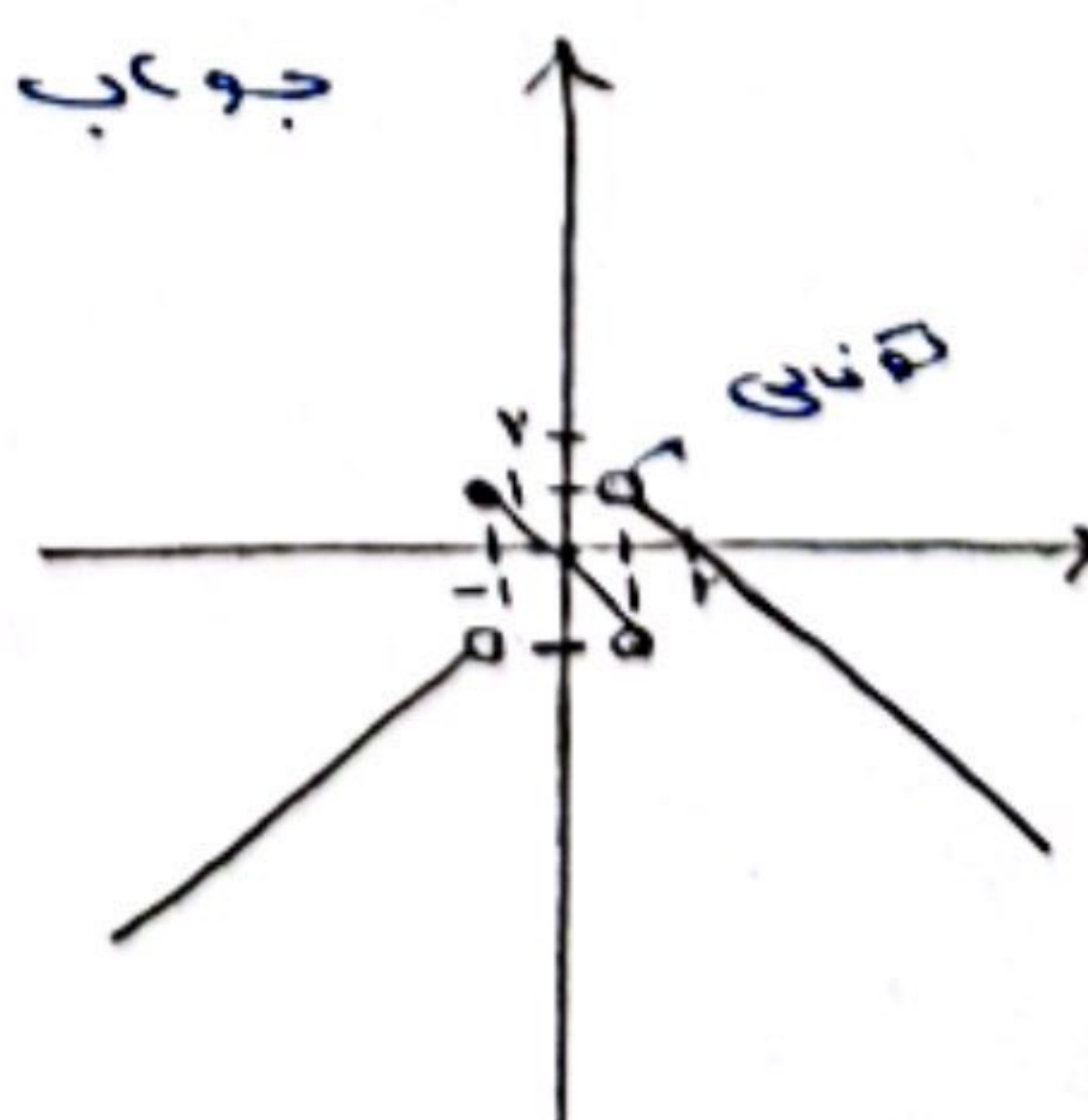
$$f(u) = \begin{cases} 2u - 3 & ; u \geq k \\ 8 - 4u & ; u \leq k \end{cases}$$

$$2u - 3 = 8 - 4u \xrightarrow{\text{if } u=k} 2u + 4u = 8 + 3 \rightarrow 6u = 11 \rightarrow u = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \rightarrow \text{جواب}$$

۴

$$f(u) = \begin{cases} -u + 2 & ; u > 1 \\ -u & ; -1 \leq u \leq 1 \\ u - 1 & ; u < -1 \end{cases}$$

$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$
 $R_f = (-\infty, 1]$ $\Rightarrow$ جواب



۵

$$y = -u + 2 \rightarrow \begin{array}{c|ccc} u & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$y = -u \rightarrow \begin{array}{c|ccc} u & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 0 & -1 & -2 \end{array}$$

$$y = u - 1 \rightarrow \begin{array}{c|ccc} u & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -1 & 0 & 1 \end{array}$$

$$2y^3 + u^2 + 1 = 0 \rightarrow 2y^3 = -u^2 - 1 \rightarrow \sqrt[3]{2y^3} = \sqrt[3]{-u^2 - 1} \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$$

$$2y^3 = -u^2 - 1$$

که تابع هست ← جواب

ج) $u^2 + 4y^2 - 2u - 12y + 10 = 0$ → **برای تک نقطه تعریف**
ریاضی نمی نویسیم

$$\Rightarrow u^2 - 2u + 1 + 4y^2 - 12y + 9 = 0 \Rightarrow (u-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$$

که این هر دو عبارت منفی

$$(u-1)^2 = 0 \rightarrow u-1=0 \rightarrow u=1$$

$$(2y-3)^2 = 0 \rightarrow 2y-3=0 \rightarrow y=\frac{3}{2}$$

→ چه صورت تک نقطه
 (1, 3/2) است و
 تابع هست ← جواب

الف) $u \sin y = y \sin u \rightarrow$ مثال نقطه $u=0 \rightarrow 0 \times \sin y = y \sin 0^\circ \rightarrow 0 = y \times 0$
 می تواند باشد ← پس به ازای یک u بی شمار y پس تابع نیست ← جواب

ب) $\sqrt{\frac{u}{y}} + \sqrt{\frac{y}{u}} = 2 \rightarrow$ عبارت را به توان $\frac{1}{2}$ می رسانیم $\rightarrow \frac{u}{y} + \frac{y}{u} + 2\sqrt{\frac{u}{y} \cdot \frac{y}{u}} = 4 \Rightarrow \frac{u}{y} + \frac{y}{u} + 2 = 4$

جواب $\Rightarrow$ تابع هست $u=y$ → پس جفتی یک باید باشد و معکوس هم پس $\frac{u}{y} = \frac{y}{u}$ پس $u=y$

الف) $y = \sqrt{\frac{u-1}{u-3}} + \sqrt{\frac{3-u}{u}}$ → هر دو رادیکال باید بزرگترین مساوی منفی

→ $u=1$
 → $u=3$ $\frac{1}{+} - \frac{3}{-} + \rightarrow (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$ I

→ $u=2$
 → $u=0$ $\frac{0}{-} + \frac{2}{+} - \rightarrow (0, 2]$ II

I $\cap$ II $\rightarrow D_f = \{0, 1\}$
 ← جواب

ب) $\sqrt{u} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3} \rightarrow \sqrt{y-1} = \sqrt{3} - \sqrt{u} \rightarrow$ چون سمت چپ $\sqrt{y-1} \geq 0$ و سمت راست $\sqrt{3} - \sqrt{u} \geq 0$ پس $\sqrt{3} \geq \sqrt{u} \rightarrow u \leq 3$

جواب $D_f = [0, 3]$ ← و می چون زیر رادیکال پس قیمت منفی حذف

الف) $y = \frac{\sqrt{u^2 - 5u + 4}}{\sqrt{u - 10u + 14}} \Rightarrow$ صورت باید بزرگترین مساوی منفی و مخرج بزرگترین منفی $\rightarrow y = \frac{\sqrt{(u-1)(u-4)}}{\sqrt{-9u+14}}$

→ $u=1$
 → $u=4$ $\frac{1}{+} - \frac{4}{-} + \rightarrow (-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$ I

I $\cap$ II $\rightarrow D_f = (-\infty, 1]$
 ← جواب

→ $-9u+14 > 0 \rightarrow -9u > -14 \rightarrow 9u < 14 \rightarrow u < \frac{14}{9}$ II

ب) $y = \frac{\sqrt{u^2 - 5u + 4}}{\sqrt{u^2 - 10u + 14}} \rightarrow$ عبارت باید بزرگترین مساوی منفی باشد $\rightarrow y = \frac{\sqrt{(u-1)(u-4)}}{\sqrt{(u-2)(u-8)}}$

→ $u=1$
 → $u=4$
 → $u=2$
 → $u=8$ $\frac{1}{+} - \frac{4}{-} + \frac{2}{-} - \frac{8}{+} + \rightarrow (-\infty, 1] \cup (2, 4] \cup (8, +\infty) = D_f \Rightarrow$ جواب

الف) $y = \frac{\sqrt{2u^2 - 5u + 3}}{\sqrt{3u^2 - 5u + 2}}$ → صورت باید بزرگترین مساوی منفی و مخرج بزرگترین منفی

→ $u^2 - 5u + 3 \rightarrow (u-2)(u-3) \rightarrow u=2 \div 2 \rightarrow 1$
 $u=3 \div 2 \rightarrow \frac{3}{2}$

→ $u^2 - 5u + 12 \rightarrow (u-3)(u-4) \rightarrow u=3 \div 3 \rightarrow 1$
 $u=4 \div 3 \rightarrow \frac{4}{3}$

$\frac{1}{+} - \frac{3}{-} + \rightarrow (-\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$ I

$\frac{1}{+} - \frac{4}{-} + \rightarrow (-\infty, 1] \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$ II

ب) $y = \frac{\sqrt{2u^2 - 5u + 3}}{\sqrt{3u^2 - 5u + 2}}$ → $\frac{u^2 - 5u + 3}{u^2 - 5u + 12} \rightarrow \frac{(u-2)(u-3)}{(u-3)(u-4)} \rightarrow$

$\frac{1}{+} - \frac{3}{-} + \frac{2}{-} - \frac{4}{+} + \rightarrow (-\infty, 1] \cup (1, \frac{4}{3}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty) = D_f$

جواب

6

7

8

9