نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱ ... کلاس ...

۱

$A\times B=\{(1,2)(1,3)(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$ $B^2=\{(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$

$A\times B-B^2=\{(1,2)(1,3)\}$

۲

الف) $\{(3,m^2)(2,1)(-3,m)(-2,m)(3,m+2)(m,\varepsilon)\}$

$m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0 \Rightarrow (m-2)(m+1)=0$

$m=2$ ✗

$m=-1$ ✓

m نمی‌تواند ۲ باشد چون دو زوج مرتب $(2,\varepsilon),(2,1)$ را ایجاد می‌کند.

ب) $\{(3,m^2)(2,1)(m,\varepsilon)(3,m+2)(-2,m)(-1,3)\}$ این رابطه به ازای هر دو مقدار m تابع نیست

$m^2=m+2 \Rightarrow m^2-m-2=0$

$m=2 \rightarrow (2,1)(2,\varepsilon)$ ✗

$m=-1 \rightarrow (-1,3)(-1,\varepsilon)$ ✗

۳

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & x\le 1 \\ ax+b & 1\le x\le 2 \\ x^3 & x>2 \end{cases}$$

$x=1 \rightarrow 1-1=a+b \Rightarrow a+b=0$

$x=2 \rightarrow 2a+b=8$

$$\begin{cases} 2a+b=8 \\ -(a+b=0) \end{cases}$$

$a=8$

$b=-8$

$a\times b=8\times(-8)=-64$

۴

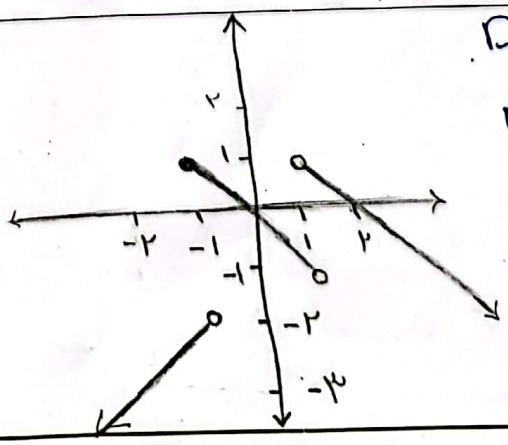
$$f(x)=\begin{cases} 2x-3 & x\ge k \\ 4-3x & x<k \end{cases}$$

$x=k \rightarrow 2k-3=4-3k \Rightarrow 5k=7$

$k=\frac{7}{5}=1.4$

۵

$$f(x)=\begin{cases} -x+2 & x>1 \\ -x & -1\le x<1 \\ x-1 & x<-1 \end{cases}$$



$D_f=R-\{1\}$

$R_f=(-\infty,1]$

Scanned with CamScanner

۶

الف) $2y^3 + x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 2y^3 = -x^2 - 1$

$\left.\begin{matrix} 2y_1^3 = -x_1^2 - 1 \\ 2y_2^3 = -x_2^2 - 1 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{x_1 = x_2} 2y_1^3 = 2y_2^3 \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع هست

ب) $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 4y^2 - 12y + 9 = 0$

$1 + 9$ ↵ $(x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$ به صورت تک نقطه

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad 2y - 3 = 0 \Rightarrow 2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ $(\frac{3}{2}, 1)$ است و تابع هست.

۷

الف) $x \sin y = y \sin x \longrightarrow x = \pi \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow y \times 0 = \pi \times \sin y$

$y = x$
$y = 2x$ ⇐ تابع نیست

ب) $\left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2\right)^2 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 \times \sqrt{\frac{x}{y}} \times \sqrt{\frac{y}{x}} = 4$

$\sqrt{1} = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow x = y$ تابع هست

۸

الف) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-2}{x}}$ ①

$\frac{x-1}{x-3} \geq 0$

	1		3	
	+	○	−	‖	+

$(-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$

$\frac{x-2}{x} \geq 0$

	0		2	
	+	‖	−	○	+

$[2, 0)$ ②

① ∪ ② $\longrightarrow D_f = (0, 1]$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{1-y} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{1-y} = \sqrt{3} - \sqrt{x} \Rightarrow 1 - y \geq 0 \Rightarrow \sqrt{3} \geq \sqrt{x}$

$x \geq 0$ $\qquad 3 \geq x$

$D_f = [0, 3]$

۹

الف) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{\sqrt{x - 10x + 14}}$

$x^2 - 5x + 4 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-4) \geq 0$ $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$ ①

$x - 10x + 14 > 0$

$-9x + 14 > 0 \Rightarrow 9x < 14 \Rightarrow x < \frac{14}{9}$ ②

	1		4	
	+	○	−	○	+

① ∩ ② $\Rightarrow D_f = (-\infty, 1]$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 10x + 14}} \Rightarrow \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 10x + 14} \geq 0$

	1		2		4		7	
	+	○	−	○	+	‖	−	‖	+

$(-\infty, 1] \cup [2, 4] \cup (7, +\infty)$

۱۰

الف) $y = \sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4}}$

$2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \longrightarrow$ مجموع ضرایب صفر است $x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$

	1		$\frac{3}{2}$	
	+	○	−	○	+

$D_f = (-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

$3x^2 - 7x + 4 \geq 0$

مجموع ضرایب صفر است $\Rightarrow x_1 = 1$

$x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{3}$

	1		$\frac{4}{3}$	
	+	○	−	○	+

Scanned with CamScanner

سوال ۵ (مشترک):

$$y=\sqrt{\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}} \Rightarrow \frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}\geq 0$$

	1^*	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$
	$+$	$+$	$-$	$+$

$$D_f=(-\infty,1)\cup(1,\tfrac{4}{3})\cup[\tfrac{3}{2},+\infty)$$

Scanned with CamScanner