۲۰

لیانا ابراهیمی یازدهم دفتر C

۱_

$A=\{1,2,3\}$

$B=\{2,3\}$

$A\times B - B^2 =$ ✓ ۲

$A\times B \rightarrow \{(1,2)(1,3)(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$

$B\times B \rightarrow \{(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$

$\rightarrow \{(1,2)(1,3)\}$

الف) $f(x) = \{(3,m^2)(2,1)(-3,m)(-2,m)(3,m+2)(m,4)\}$

۲_

$m^2 = m+2$

$m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0$ ✓ $m=2$ ✗ , $m=-1$

۲

ب) $g(x) = \{(3,m^2)(2,1)(m,4)(3,m+2)(-2,m)(-1,3)\}$

$m^2 = m+2$

$m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0$ ✓ $m=2$ ✗ , $m=-1$ ✗

قابلیت تابع شدن ندارد

۳_

$f(x)\begin{cases} x^2-1 & , x\leq 1 \\ ax+b & , 1<x<2 \\ x^3 & x\geq 2 \end{cases}$

$\rightarrow x=1 \rightarrow 1^2-1=0$

$\rightarrow x=1 \rightarrow a+b=0$

$\rightarrow x=2 \rightarrow 2a+b=8$ ۲

$\rightarrow x=2 \rightarrow 2^3=8$

$-\begin{cases} a+b=0 \\ 2a+b=8 \end{cases}$ ✓

$a=8$

$b=-8$

$a\times b = 8\times -8 = -64$

۴ـ

$$f(x)=\begin{cases} ۲x-۳ & x \geq k \rightarrow x=k \rightarrow ۲k-۳ \\ ۴-۳x & x < k \rightarrow x=k \rightarrow ۴-۳k \end{cases}$$

$۲k-۳ = ۴-۳k$

$۵k = ۴+۳$

$۵k = ۷$

$k = \frac{۷}{۵}$

$۲x-۳ \rightarrow ۲ \times \frac{۷}{۵} - ۳ = -\frac{۱}{۵}$

$۴-۳x \rightarrow ۴-(۳\times\frac{۷}{۵}) = -\frac{۱}{۵}$

✓ (۲)

۵ـ

$$f(x)=\begin{cases} -x+۲ & x>۱ \\ -x & -۱\leq x<۱ \\ x-۱ & x<-۱ \end{cases}$$

$-x \rightarrow x=-۱ \rightarrow ۱$

$x=۰ \rightarrow ۰$

توخالی $x=۱ \rightarrow -۱$

(۲)

$-x+۲ \rightarrow x=۱ \rightarrow ۱$ توخالی

$x=۲ \rightarrow ۰$

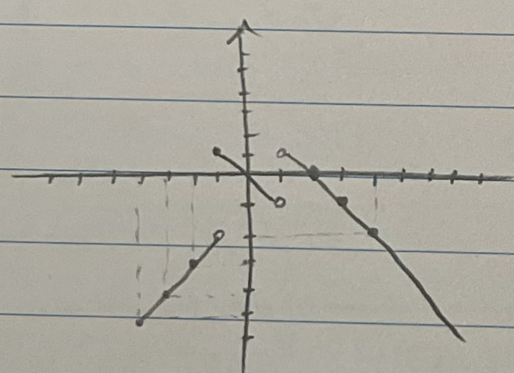
$x=۳ \rightarrow -۱$

✓

$x-۱ \rightarrow x=-۱ \rightarrow -۲$ توخالی

$x=-۲ \rightarrow -۳$

$x=-۳ \rightarrow -۴$



$D_f = R-\{۱\}$

$R_f = (-\infty, ۱]$

۶ـ

الف) $۲y^۳+x^۲+۱=۰$ ✓ تابع

$\left.\begin{array}{l} ۲y_۱^۳+x_۱^۲+۱=۰ \\ ۲y_۲^۳+x_۲^۲+۱=۰ \end{array}\right\} \rightarrow ۲y_۱^۳+x_۱^۲+۱=۲y_۲^۳+x_۲^۲+۱$

✓

$x_۱=x_۲ \rightarrow ۲y_۱^۳=۲y_۲^۳ \rightarrow y_۱^۳=y_۲^۳ \rightarrow y_۱=\sqrt[۳]{y_۲^۳} \rightarrow y_۱=y_۲$

(۲)

ب) $x^۲+۴y^۲-۲x-۱۲y+۱۰=۰$ ✓ تابع

$(x^۲-۲x+۱)+(۴y^۲-۱۲y+۹)=۰ \rightsquigarrow (y^۲-۱۲y+۳۶)=۰ \rightarrow$

$(x-۱)^۲+(y-\frac{۳}{۲})^۲=۰ \rightarrow x=۱, y=\frac{۳}{۲} \rightarrow$ $(y-\frac{۶}{۴})$

✓ نقطه $(۱, \frac{۳}{۲})$ $y=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}$

پاسخ

۷- الف) $x \sin y = y \sin x \rightarrow x = 180 \rightarrow 180 \sin y = y \times 0$

$\rightarrow 180 \sin y = 0 \quad \sin y = 0 \quad y = k\pi \rightarrow \{0, 180, 360, 540, \dots\}$

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{xy}{yx}} = 4 \rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$

$\frac{x^2+y^2}{xy} = 2 \rightarrow x^2+y^2-2xy = 0 \rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = y}$

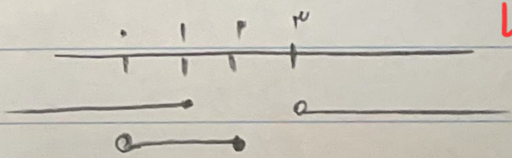
(2)

۸- الف) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$

$x = 1$, $x = 3$; $x = 2$, $x = 0$

$+ \; 1 \; - \; 3 \; +$: $(-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$

$- \; 0 \; + \; 2 \; -$: $(0, 2]$



$D_{f_1} = (0, 1]$

(2)

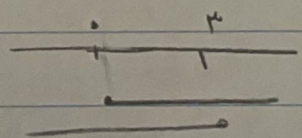
ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{3}$; $x \geq 0$

$\sqrt{y-1} \geq 0$, $\sqrt{3} - \sqrt{x} = \sqrt{3} - \sqrt{x} \geq 0$

زیر رادیکال عبارت نامنفی

$\sqrt{x} \leq \sqrt{3}$

$x \leq 3 \xleftarrow{\text{توان ۲}}$



$D_{f_2} = [0, 3]$

الف) $\dfrac{\sqrt{x^2-7x+6}}{\sqrt{x-10x+16}} \rightarrow x^2-7x+6=(x-1)(x-6)\geq 0$ ✓

$D_f=(-\infty,1]\cup[6,+\infty)$

	1		6	
+	●	−	●	+

$x-10x+16>0 \rightarrow -9x>-16 \rightarrow 9x<16 \rightarrow x<\frac{16}{9}$

$D_f=(-\infty,1]$

(۲)

ب) $\sqrt{\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}}=\sqrt{\dfrac{(x-6)(x-1)}{(x-2)(x-8)}}$ ✓

	1		2		6		8	
+	●	−	○	+	●	−	○	+

$D_f=(-\infty,1]\cup(2,6]\cup(8,+\infty)$

$y=\dfrac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}}=\dfrac{\sqrt{x^2-5x+6}}{\sqrt{x^2-7x+12}}=\dfrac{\sqrt{(x-2)(x-3)}}{(x-3)(x-4)}$ $-1.$

	1		$\frac{3}{2}$	
+	●	−	●	+

	1		$\frac{4}{3}$	
+	○	−	○	+

✓

$D_f=(-\infty,1)\ [\frac{3}{2},+\infty)$

(۲)

$y=\sqrt{\dfrac{(2x^2-5x+3)}{3x^2-7x+4}}=\sqrt{\dfrac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)}}$

	1*		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$	
+	○	+	○	−	●	+

✓

$D_f=(-\infty,1)\cup(1,\frac{4}{3})\cup[\frac{3}{2},+\infty)$