پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ①

به نام خدا

آیلین امینی

گروه یازدهم ۵ شنبه
دختر C

① $A = \{۱، ۲، ۳\}$ $B = \{۲، ۳\}$ $A \times B = \{(۱، ۲)، (۱، ۳)، (۲، ۲)، (۲، ۳)، (۳، ۲)، (۳، ۳)\}$

$B \times B = \{(۲، ۲)، (۲، ۳)، (۳، ۳)، (۳، ۲)\}$

$A \times B - B^۲ =$ فقط در اولی هست $\rightarrow \{(۱، ۲)، (۱، ۳)\}$

---

② الف) $f(x) = \{(۳، m^۲)، (۲، ۱)، (-۳، m)، (-۲، m)، (۳، m+۲)، (m، ٤)\}$

تابع ← یک ورودی یک خروجی دارد → $m^۲ = m + ۲ \rightarrow m^۲ - m - ۲ = ۰ \xrightarrow[\text{تجزیه}]{} (m-۲)(m+۱) = ۰$

$m = ۲$ یا $\boxed{-۱}$ → $f(x) = \{(۳، ۱)، (۲، ۱)، (-۳، -۱)، (۳، ۱)، (-۱، ٤)\}$

$m = ۲$: غ ق ق ← چون در این صورت (٤، ۲) و (۱، ۲) داریم

-۱: قابل قبول

ب) $g(x) = \{(۳، m^۲)، (۲، ۱)، (m، ٤)، (۳، m+۲)، (-۲، m)، (-۱، ۳)\}$

→ یک ورودی یک خروجی → $m^۲ = m + ۲ \xrightarrow[\text{مثل بالا}]{} m^۲ - m - ۲ = ۰ \rightarrow (m-۲)(m+۱) = ۰$

→ $m = -۱$ یا ۲ ⟹ $\boxed{\text{هیچ مقدار } m}$

-۱: غ ق ق چون (۳، ۱−) و (٤، ۱−) داریم

۲: غ ق ق چون (۱، ۲) و (٤، ۲) داریم

③

$$f(x)=\begin{cases} x^۲-۱ \; ; & x\leq ۱ \\ ax+b \; ; & ۱<x<۲ \\ x^۳ \; ; & x\geq ۲ \end{cases}$$

$x=۱ \rightarrow x^۲-۱=۱-۱=۰$

$ax+b \xrightarrow{x=۱} \underbrace{a+b=۰}_{(I)}$

$x^۳ \xrightarrow{x=۲} ۸ \Rightarrow ax+b \xrightarrow{x=۲} \underset{(II)}{۲a+b=۸}$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} ۲a+b=۸ \\ a+b=۰ \end{cases}$$

$a=۸ \;,\; b=-۸ \Rightarrow ab=-۸\times۸=\boxed{-۶۴}$

---

④

$$f(x)=\begin{cases} ۲x-۳ \; ; & x\geq k \\ ۴-۳x \; ; & x<k \end{cases}$$

* تابع به ازای یک ورودی یک خروجی دارد ⇐

$$\left.\begin{array}{l} ۲x-۳ \xrightarrow{k} ۲k-۳ \\ ۴-۳x \xrightarrow{k} ۴-۳k \end{array}\right\} \longrightarrow ۲k-۳=۴-۳k$$

$۵k=۷ \longrightarrow k=\frac{۷}{۵}=۱٫۴$

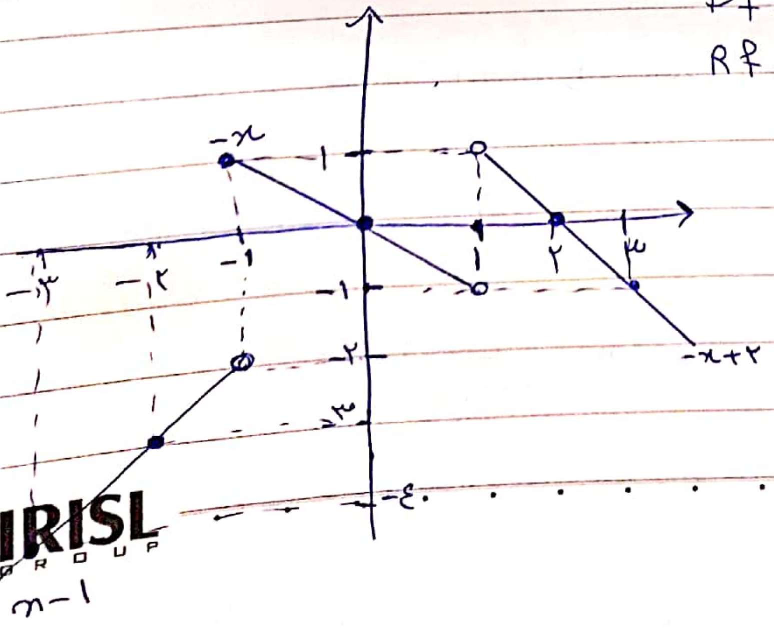
---

⑤

$$f(x)=\begin{cases} -x+۲ \; ; & x>۱ \\ -x \; ; & -۱\leq x<۱ \\ x-۱ \; ; & x<-۱ \end{cases}$$

$D_f=\mathbb{R}-\{۱\}$

$R_f=(-\infty,۱]$



⑥

الف) $۲y^۳ + x^۲ + ۱ = ۰ \to y^۳ = \frac{x^۲+۱}{-۲} \Rightarrow y^۳ = -x^۲ - ۱$

$\xrightarrow{\text{ضابطه}}$ $\left.\begin{array}{l} y_1^۳ = \frac{-x_1^۲-۱}{۲} \\ y_2^۳ = \frac{-x_2^۲-۱}{۲} \end{array}\right\} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1^۳ = y_2^۳ \to y_1 = y_2$

تابع ✓✓

ب) $x^۲ + ۴y^۲ - ۲x - ۱۲y + ۱۰ = ۰ \to x^۲ + ۴y^۲ - ۲x - ۱۲y + ۹ + ۱$

$= x^۲ - ۲x + ۱ + ۴y^۲ - ۱۲y + ۹ = \underbrace{(x-۱)^۲}_{۰} + \underbrace{(۲y-۳)^۲}_{۰} = ۰$

$\to x = ۱$ و $y = \frac{۳}{۲} \to (۱, \frac{۳}{۲})$ → تنها یک جواب دارد ⇒ تابع ✓✓

⑦

الف) $x \sin y = y \sin x$ $\sin x = ۰ \to x = ۰$ مثلا

مثال نقض: $۰ \times \sin y = ۰$ → هر مقدار y می‌تواند باشد → تابع ✗✗

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = ۲$ → یک عدد با معکوس خود → ۲ ⇒ $\frac{x}{y} = ۱ \to y = x$

تابع ✓✓

⑧

الف) $y = \sqrt{\frac{x-۱}{x-۳}} + \sqrt{\frac{۲-x}{x}}$ → $\frac{۲-x}{x} \geq ۰$ →

۰ ۲

− ∄ + | −

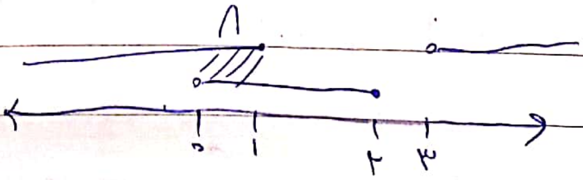
$(۰, ۲]$

$\frac{x-۱}{x-۳} \geq ۰$

۱ ۳

+ | − ∄ +

$(-\infty, ۱] \cup (۳, +\infty)$



$D_f = (۰, ۱]$

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{۳}$ $x \geqslant ۰ \rightarrow$ ①

$\sqrt{y-1} = \sqrt{۳} - \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{۳} - \sqrt{x} \geqslant ۰$

$\xi) \geqslant ۰$ $\sqrt{۳} \geqslant \sqrt{x} \rightarrow ۳ \geqslant x \Big\} \xrightarrow{\cap} D_f = [۰, ۳]$

⑨

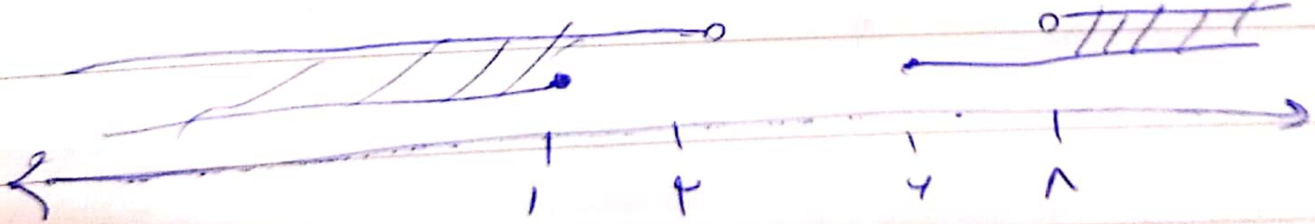
الف) $y = \sqrt{x^2 - ۷x + ۶} \longrightarrow (x-۱)(x-۶) \geq ۰$ ①

$\sqrt{x^2 - ۱۰x + ۱۶} \longrightarrow (x-۲)(x-۸) \geq ۰$ ②

①
۱ ۶
+ | − | +
$\rightarrow (-\infty, ۱] \cup [۶, +\infty)$

②
۲ ۸
+ | − | +
$\rightarrow (-\infty, ۲) \cup (۸, +\infty)$

$D_f = (-\infty, ۱] \cup (۸, +\infty)$



ب) $\sqrt{\frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}} \to \frac{(x-1)(x-6)}{(x-2)(x-8)} \geq 0$

1 2 6 8

$+ \ | \ - \ | \ + \ | \ - \ | \ +$ $\to D_f = (-\infty,1] \cup (2,6] \cup (8,+\infty)$

①

الف) $y = \frac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}} \xrightarrow[①]{\text{روی}} x^2-5x+6 \geq 0$

$(x-2)(x-3) \geq 0$

$\downarrow$

1 $\frac{3}{2}$

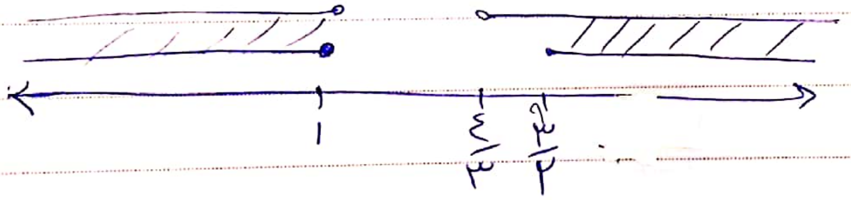
$+ \ | \ - \ | \ +$

② روی $\to x^2-7x+12$

$= (x-3)(x-4) \geq 0 \to$

1 $\frac{4}{3}$

$+ \ | \ - \ | \ +$



$\to D_f = (-\infty,1) \cup [\frac{3}{2},+\infty)$

ب) $g = \sqrt{\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}} \to \frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4} \geq 0 \xrightarrow{\text{روی}}$

$\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} \geq 0 \to \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} \Rightarrow \frac{(x-1)(x-\frac{3}{2})}{(x-1)(x-\frac{4}{3})} \geq 0$

1* $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$

$+ \ | \ + \ | \ - \ | \ +$ $\to (-\infty,1) \cup (1,\frac{4}{3}) \cup [\frac{3}{2},+\infty)$