پاسخنامه تمرین کلاسی تکلیف شماره ۱

Subject: Date: بنام خدا

گروه یازدهم شنبه
دختر C

۱۹٫۵

آیلین امنی

① $A = \{۱,۲,۳\}$ $B = \{۲,۳\}$ $A \times B = \{(۱,۲),(۱,۳),(۲,۲),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۳)\}$

$B \times B = \{(۲,۲),(۲,۳),(۳,۳),(۳,۲)\}$

۲

$A \times B - B^2 =$ فقط در اولی هست $\rightarrow \{(۱,۲),(۱,۳)\}$

---

② الف) $f(x) = \{(۳,m^2),(۲,۱),(-۳,m),(-۲,m),(۳,m+۲),(m,٤)\}$

تابع ← یک ورودی یک خروجی دارد ← $m^2 = m+۲ \rightarrow m^2 - m - ۲ = ۰ \xrightarrow{\text{تجزیه}} (m-۲)(m+۱) = ۰$

$m = ۲$ یا -۱ → $f(x) = \{(۳,۱),(۲,۱),(-۳,-۱),(-۲,-۱),(۳,۱),(-۱,٤)\}$

$m=۲$ غ ق ق ↓ چون در صورت (۲,٤) و (۲,۱) داریم

-۱ قابل قبول

۲

ب) $g(x) = \{(۳,m^2),(۲,۱),(m,٤),(۳,m+۲),(-۲,m),(-۱,۳)\}$

→ یک ورودی یک خروجی → $m^2 = m+۲ \xrightarrow{\text{مثل بالا}} m^2 - m - ۲ = ۰ \rightarrow (m-۲)(m+۱) = ۰$

→ $m = -۱$ یا ۲ ⟹ m هیچ مقدار

$m=-۱$ غ ق ق چون (۱,۳-) و (٤,۱-) داریم

$m=۲$ غ ق ق چون (۲,۱) و (۲,٤) داریم

Scanned with CamScanner

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

(۳)

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & ; x\leq 1 \\ ax+b & ; 1<x<2 \\ x^3 & ; x\geq 2 \end{cases}$$

$x=1 \rightarrow x^2-1 = 1-1 = 0$

$ax+b \xrightarrow{x=1} a+b=0$ (I)

$x^3 \xrightarrow{x=2} 8 \Longrightarrow ax+b \xrightarrow{x=2} 2a+b=8$ (II)

(I), (II) $\Longrightarrow \begin{cases} 2a+b=8 \\ a+b=0 \end{cases}$ ✓ ۲

$a=8 , b=-8 \Longrightarrow ab=-8\times 8=-64$

---

(۴)

$$f(x)=\begin{cases} 2x-3 & ; x\geq k \\ 4-3x & ; x<k \end{cases}$$ ✓ ۲

* تابع به ازای یک ورودی یک خروجی دارد ⟸

$2x-3 \xrightarrow{k} 2k-3$

$4-3x \xrightarrow{k} 4-3k$ $\longrightarrow 2k-3=4-3k$

$5k=7 \longrightarrow k=\frac{7}{5}=1.4$

---

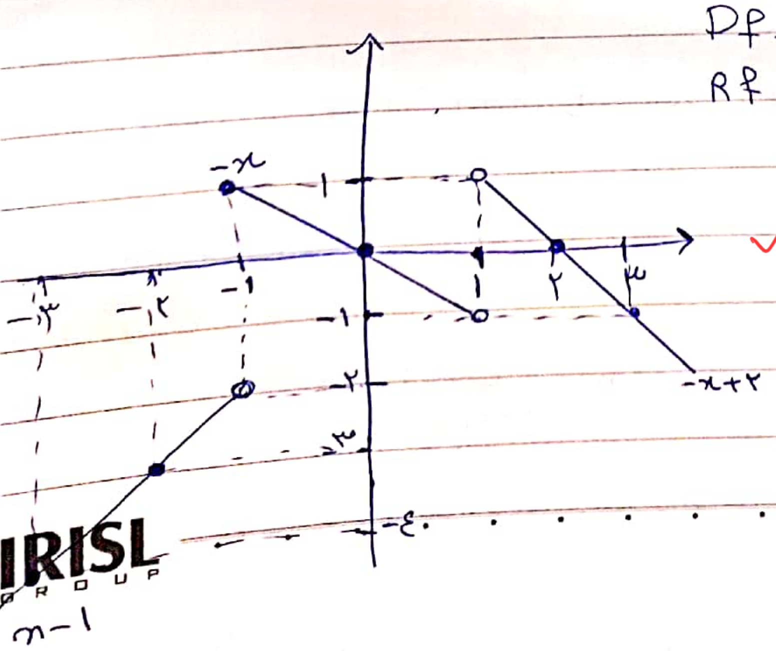
(۵)

$$f(x)=\begin{cases} -x+2 & ; x>1 \\ -x & ; -1\leq x<1 \\ x-1 & ; x<-1 \end{cases}$$

$D_f = \mathbb{R}-\{1\}$

$R_f = (-\infty , 1]$

✓ ۲



۶

الف) $2y^3+x^2+1=0 \longrightarrow y^3=\frac{x^2+1}{-2} \Rightarrow y^3=-x^2-1$

$\xrightarrow{\text{ضابطه}}$ $\left.\begin{array}{l} y_1^3=\frac{-x_1^2-1}{2} \\ y_2^3=\frac{-x_2^2-1}{2}\end{array}\right\} \xrightarrow{x_1=x_2} y_1^3=y_2^3 \longrightarrow y_1=y_2$ ← تابع ✓✓

۲

ب) $x^2+4y^2-2x-12y+10=0 \to x^2+4y^2-2x-12y+9+1$

$=x^2-2x+1+4y^2-12y+9=(x-1)^2+(2y-3)^2=0$

$\longrightarrow x=1 , y=\frac{3}{2} \longrightarrow (1,\frac{3}{2})$ تنها یک جواب دارد $\Rightarrow$ تابع ✓✓

۷

الف) $x\sin y=y\sin x$ $\sin x=0 \to x=0$ مثلا

مثال نقض: $0\times\sin y=0 \longrightarrow$ هر مقدار y می‌تواند باشد $\longrightarrow$ تابع ؟؟

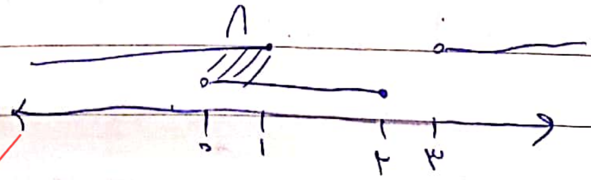
۲

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=2 \longrightarrow$ یک عدد با معکوس خود ۲ $\Rightarrow \frac{x}{y}=1 \to y=x$ ← تابع ✓✓

۸

الف) $y=\sqrt{\frac{x-1}{x-3}}+\sqrt{\frac{2-x}{x}} \to \frac{2-x}{x}\geq 0 \to$ (0 ، 2: $-$ ∄ $+$ $-$) $(0,2]$

$\frac{x-1}{x-3}\geq 0$ (1 ، 3: $+$ $-$ ∄ $+$) $\to (-\infty,1]\cup(3,+\infty)$



$D_f=(0,1]$

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{4}$ $\quad x \geq 0 \rightarrow ①$

$\sqrt{y-1} = \sqrt{4} - \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{4} - \sqrt{x} \geq 0$

$\sqrt{4} \geq \sqrt{x} \rightarrow 4 \geq x \geq 0$ $\Big\}$ $\cap$ $\rightarrow$ Dfs $[0, 4]$

$y-1 \geq 0$ ✓

②

الف) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$ → $(x-1)(x-4) \geq 0$ ①

$x^2 - 5x + 4 \geq 0$ → $(x-4)(x-1) \geq 0$ ②

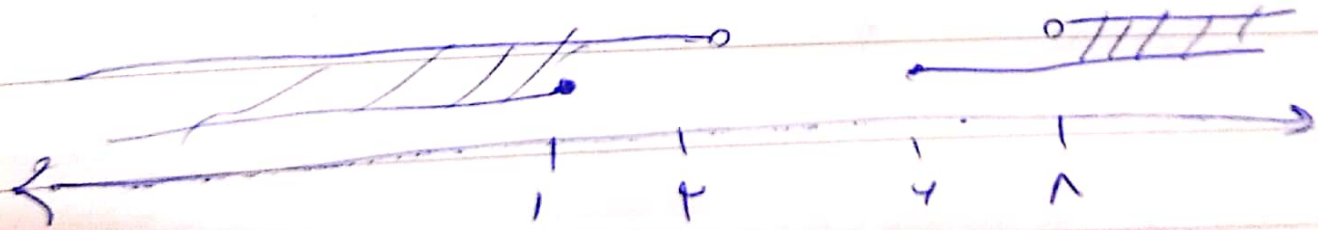
	1		4	
①	+	0	−	0	+

→ $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

	1		4	
②	+	0	−	0	+

→ $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

$D_f = (-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$



ب) $\sqrt{\dfrac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}} \rightarrow \dfrac{(x-1)(x-6)}{(x-2)(x-8)} \geq 0$

$1 \quad 2 \quad 6 \quad 8$

$+ \; | \; - \; | \; + \; | \; - \; | \; +$

$\rightarrow D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 6] \cup (8, +\infty)$

الف) $y = \dfrac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}}$ $\xrightarrow{\text{روش ①}}$ $x^2-5x+6 \geq 0$

$(x-1)(x-\frac{3}{2}) \geq 0$

$1 \quad \frac{3}{2}$

$+ \; | \; - \; | \; +$

② روش $\rightarrow x^2-7x+12$

$= (x-3)(x-4) \geq 0 \rightarrow$

$1 \quad \frac{4}{3}$

$+ \; | \; - \; | \; +$

$1 \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2}$

$\rightarrow D_f = (-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{\dfrac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}} \rightarrow \dfrac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4} \geq 0 \xrightarrow{\text{روش}}$

$\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} \geq 0 \rightarrow \dfrac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} \Rightarrow \dfrac{(x-1)(x-\frac{3}{2})}{(x-1)(x-\frac{4}{3})} \geq 0$

$1^{*} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{3}{2}$

$+ \; | \; + \; | \; - \; | \; +$

$\rightarrow (-\infty, 1) \cup (1, \frac{4}{3}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$