۱۹/۷۵

سارینا اسپنالی - یازدهم دختر - شماره تکلیف ①

① $A=\{۱,۲,۳\}$ $B=\{۲,۳\}$ $A\times B-B^{۲}$

$A\times B=\{(۱,۲),(۱,۳),(۲,۲),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۳)\}$

$B^{۲}=\{(۲,۲),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۳)\}$

$A\times B-B^{۲}=\{(۱,۲),(۱,۳)\}$ ✓ (۲)

② $f(x)=\{(۳,\underbrace{m^{۲}}),(۲,۱),(-۳,m),(-۲,m),(۳,\underbrace{m+۲}),(m,۴)\}$

$m^{۲}=m+۲$

$m^{۲}-m-۲=۰\rightarrow(m-۲)(m+۱)=۰$ ✓ (۲)

$m=\boxed{۲},\boxed{-۱}$

۲ → غ‌ق‌ق

-۱ → ق‌ق → تابع می‌شود

$g(x)=\{(۳,\underbrace{m^{۲}}),(۲,۱),(m,۴),(۳,\underbrace{m+۲}),(-۲,m),(-۱,۳)\}$ ✓

$m^{۲}=m+۲$

$m^{۲}-m-۲=۰\rightarrow(m-۲)(m+۱)=۰$

$m=\boxed{۲},\boxed{-۱}$

۲ → غ‌ق‌ق

-۱ → غ‌ق‌ق

تابع نیست

③ $f(x)=\begin{cases}x^{۲}-۱ & x\leqslant ۱\\ ax+b & ۱\leqslant x\leqslant ۲\\ x^{۳} & x\geqslant ۲\end{cases}$

$\begin{cases}۲a+b=۸\\ a+b=۰\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\cancel{۲a}+b=۸\\ \cancel{-۲a}-۲b=۰\end{cases}$

$-b=۸\rightarrow\boxed{b=-۸}$

$۲a=۱۶\rightarrow\boxed{a=۸}$

$a\times b=۸\times-۸=\boxed{-۶۴}$ ✓ (۲)

④

$$f(x)=\begin{cases} ۲x-۳ & x\geq k \\ ۴-۳x & x\leq k \end{cases} \longrightarrow \quad ۲k-۳=۴-۳k$$

$$۵k=۷ \longrightarrow \boxed{k=\frac{۷}{۵}}$$

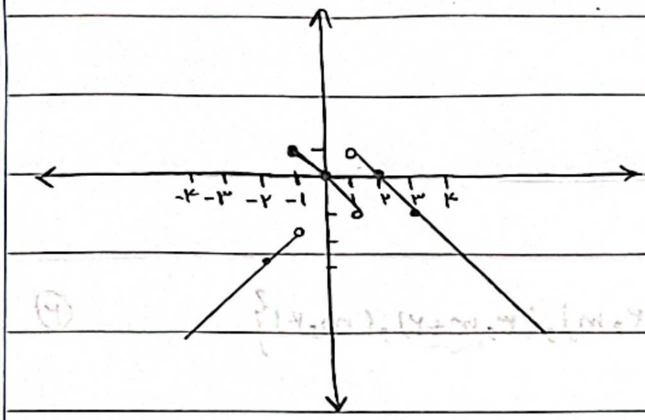
✓ (۲)

---

⑤

$$f(x)=\begin{cases} -x+۲ & x>۱ \\ -x & -۱\leq x<۱ \\ x-۱ & x<-۱ \end{cases}$$

✓ (۲)



$D_f = \mathbb{R}-\{۱\}$

$R_f = (-\infty,۱]$

x	۱	۲	۳	۴
y	۱	۰	-۱	-۲

$-x+۲$

x	-۱	-۲	-۳
y	-۲	-۳	-۴

$x-۱$

---

⑥

الف) $۲y^۳+x^۲+۱=۰$

$$\begin{cases} ۲y_۱^۳=-x^۲-۱ \\ ۲y_۲^۳=-x^۲-۱ \end{cases} \longrightarrow \cancel{۲}y_۱^۳=\cancel{۲}y_۲^۳$$

$\boxed{y_۱=y_۲}$ تابع است ✓

(۲)

ب) $x^۲+۴y^۲-۲x-۱۲y+\underset{۱\,+۹}{۱۰}=۰$

$(x-۱)^۲+(۲y-۳)^۲=۰$ (هرکدوم باید با صفر برابر شوند) ✓

$\boxed{x=۱}$ $\boxed{y=\frac{۳}{۲}}$ تابع است

⑦

۱٫۷۵

الف) $x \sin y = y \underbrace{\sin x}_{0}$

$x = 0 \rightarrow 0 \times \sin y = 0$ ✓

$y = \mathbb{R} \rightarrow$ تابع نیست

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = ۲$

$\sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{y}{x}} = 1$ $\frac{x}{y} = 1 \rightarrow x = y$ ، $x, y \neq 0$

$\sqrt{\frac{1}{y}} + \sqrt{y} = ۲$

(فقط نقطه (۱و۱) در آن صدق می‌کند)

تابع است

---

⑧

الف) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-۳}} + \sqrt{\frac{۲-x}{x}}$

$۱ \quad ۳$
$+ \; \phi \; - \;$ ت.ن $\; +$

$0 \quad ۲$
ت.ن $\; + \; \phi \; -$

$(-\infty, 1] \cup (۳, +\infty)$ $(0, ۲]$ $\rightarrow$ اشتراک می‌گیریم

$D_f = (0, 1]$ ✓

۲

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{۳}$

$\sqrt{y-1} = \sqrt{۳} - \sqrt{x}$

$x \geqslant 0$ $\sqrt{۳} - \sqrt{x} \geqslant 0$

$\sqrt{۳} \geqslant \sqrt{x} \rightarrow ۳ \geqslant x$

$D_f = [0, ۳]$ ✓

(۹)

الف) $y = \dfrac{\sqrt{x^۲-۷x+۶}}{\sqrt{x-۱۰x+۱۶}}$ $\qquad x^۲-۷x+۶ \geqslant ۰$

$(x-۶)(x-۱) \geqslant ۰$ $\qquad \begin{array}{c|c|c} & ۱ & ۶ \\ \hline + & \circ \; - & \circ \; + \end{array}$

$x-۱۰x+۱۶>۰$ $\qquad (I) \to (-\infty,۱]\cup[۶,+\infty)$

$-۹x+۱۶>۰ \qquad ۱۶>۹x \to \frac{۱۶}{۹}>x \quad (II) \to (-\infty,\frac{۱۶}{۹})$

$\boxed{Df=(-\infty,۱]}$ ✓

ب) $y=\sqrt{\dfrac{x^۲-۷x+۶}{x^۲-۱۰x+۱۶}}$ $\qquad \dfrac{\overbrace{(x-۶)}^{۶}\overbrace{(x-۱)}^{۱}}{\underbrace{(x-۸)}_{۸}\underbrace{(x-۲)}_{۲}} \geqslant ۰$

(۲)

$\begin{array}{c|c|c|c|c} & ۱ & ۲ & ۶ & ۸ \\ \hline + & \circ \; - & \text{ن}|\text{ت} \; + & \circ \; \text{ن} & |\text{ت} \; + \end{array}$

✓ $\qquad Df=(-\infty,۱]\cup(۲,۶]\cup(۸,+\infty)$

---

(۱۰)

الف) $y=\dfrac{\sqrt{۲x^۲-۵x+۳}}{\sqrt{۳x^۲-۷x+۴}}$

(۲)

$۲x^۲-۵x+۳ \to x^۲-۵x+۶ \geqslant ۰ \Rightarrow (x-۲)(x-۳) \geqslant ۰$ $\qquad \begin{array}{c|c|c} & ۱ & \frac{۳}{۲} \\ \hline + & \circ \; - & \circ \; + \end{array}$

$x=\frac{۲}{۲}=۱ \quad x=\frac{۳}{۲}$ ✓

$(I)=(-\infty,۱]\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)$

$۳x^۲-۷x+۴ \to x^۲-۷x+۱۲>۰ \Rightarrow (x-۳)(x-۴)>۰$ $\qquad \begin{array}{c|c|c} & ۱ & \frac{۴}{۳} \\ \hline + \; \text{ن} & \text{ت} \; - \; \text{ن} & \text{ت} \; + \end{array}$

$x=\frac{۳}{۳}=۱ \quad x=\frac{۴}{۳}$

$(II)=(-\infty,۱)\cup(\frac{۴}{۳},+\infty)$

$Df=(I)\wedge(II)=(-\infty,۱)\cup[\frac{۳}{۲},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{\dfrac{۲x^۲-۵x+۳}{۳x^۲-۷x+۴}}$ $\qquad \dfrac{۲x^۲-۵x+۳}{۳x^۲-۷x+۴} \geqslant ۰$ $\qquad \dfrac{(x-۲)(x-۳)}{(x-۳)(x-۴)} \geqslant ۰$

$x=۱ , \frac{۳}{۲} , \frac{۴}{۳}$ ✓

$\begin{array}{c|c|c|c} & \overset{*}{۱} & \frac{۴}{۳} & \frac{۳}{۲} \\ \hline + \; \text{ن} & \text{ت} \; + \; \text{ن} & \text{ت} \; - & \circ \; + \end{array}$

$Df=(-\infty,۱)\cup(۱,\frac{۴}{۳})\cup[\frac{۲}{۳},+\infty)$