19,75

نام و نام خانوادگی: [name] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۹ کلاس ....

۱	$\begin{cases} \cot\frac{\pi x}{4} & x\le 1 \\ \sqrt{x^2+1} & x>1 \end{cases}$ $f(f(\frac{2}{3})) \to f(\frac{2}{3}) = \cot\frac{\pi(\frac{2}{3})}{4} = \cot\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$ $f(\sqrt{3}) \to \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$ (۲)
۲	$f\circ g(\frac{\pi}{3}) \to f(g(\frac{\pi}{3})) \to g(\frac{\pi}{3}) = 2\times\cos^2(\frac{\pi}{3}) = 2\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ $f(\frac{1}{x}) \to \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \to x=2 \to f(2) = \sqrt{\frac{3}{4}} \to \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $f\circ g(\sqrt{2}) \to g(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+2}{-1} = -\sqrt{2}-2$ $f(-\sqrt{2}-2) = [-\sqrt{2}-2] = -4$ (۳)
۳	$f(\frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \to g(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (۲)
۴	الف) $f(g(x)) \Rightarrow$ ۴→۶→۵ ، ۲→۴→۵ ، ۶→۸→۱۲ ، ۸→۱۰→۱۲ $\to \{(4,5),(2,5),(6,12),(8,12)\}$ ب) $g(f(x)) \Rightarrow$ ۴→۵→× ، ۶→۵→× ، ۸→۱۲→× ، ۱۰→۱۲→× $\quad g\circ f(x)=\varnothing$ ج) $f(f(x)) \to$ ۴→۵→× ، ۶→۵→× ، ۸→۱۲→× ، ۱۰→۱۲→× $\quad f\circ f(x)=\varnothing$ د) $g\circ g(x) \to$ ۴→۶→۸ ، ۲→۴→۶ ، ۶→۸→۱۰ ، ۸→۱۰→× $\quad g\circ g(x)=\{(4,8),(2,6),(6,10)\}$ (۲)
۵	$f(g(x))$: ۴ → x → ۲ ، a → ۳ → ۲ $\quad f(x) \to (3,2) \quad x=3 \to a=4$ $g(f(x))$: ۴ → x → ۱ → $b=5$ ؛ (۴,۵) ، ۵ ، (b,۱) $\to (4,5)$ (۲)

تابع خطی $\to f(x)=ax+b \to f(f(x)) = a(ax+b)+b = a^2x+ab+b = 4x+3$

$a^2=4 \to a=\pm 2 \to y=+2: 4x+3b \;,\; b=1 \to f(x)=2x+1$

$y=-2: 4x-b \;,\; b=-3 \to f(x)=-2x-3$ ۶

$g(2x+3)=3x-2 \to t=2x+3 \to x=\frac{t-3}{2} \to g(t)=3\left(\frac{t-3}{2}\right)-2=\frac{3t}{2}-\frac{9}{2}-2$

$g(-1)=\frac{-3(3)-9}{2}-2=-8$ ، $-1 \leftarrow f(-1)=2(-1)+1$ ، $-1 \leftarrow f(-1)=-2(-1)-3$ ، $f(x)=\frac{3x-9}{2}-2$

$D_{gof}=\{x\in D_f : f(x)\in D_g\}$

$D_f \to x+|x|\geq 0 \to R$ ، $\to \{R : \sqrt{x+|x|}\neq 4,0\}$ ۷

$D_g \to x^2-4x\neq 0 \to x\neq 4 \to R-\{4,0\}$ ، $\sqrt{x+|x|}\neq 4 \to x+|x|\neq 16 \to x\neq 8$

$D_{gof}=(0,+\infty)-\{8\} \leftarrow \sqrt{x+|x|}\neq 0 \to x\notin(-\infty,0]$

$D_{(f+g)of}=\{x\in D_f : f(x)\in D_{f+g}\} \to \{[-1,1] : f(x)\in\{0,1\}\}$

$D_{f(x)} = 1-x^2\geq 0 \to D_f=[-1,1]$ ، $\sqrt{1-x^2}=0 \to x=\pm 1$ ۸

$D_{f+g}=\{1,0\}$ ، $\sqrt{1-x^2}=1 \to x=0$

عددگذاری $\to f(x) \to \{(1,0)(0,1)\}$ ، $g(x)\to(1,1)(0,0)$ ، $f+g \to \{(1,1)(0,1)\}$

$D_{(f+g)of}=[-1,1]$

الف) $\frac{3x+1}{x-2}=t \to 3x+1=tx-2t \to 3x-tx=-2t-1 \to x(3-t)=-2t-1=-(2t+1)$

$f(t)=4\left(\frac{2t+1}{t-3}\right)+5 \to f(x)=4\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)+5 \to x=\frac{2t+1}{t-3}$ ۹

$f(x)=\frac{8x+4}{x-3}+5$

ب) $x+\frac{1}{x}=t$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^3=x^3+\frac{1}{x^3}+\frac{3}{x}+3x \to x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(\frac{1}{x}+x\right) \to f(t)=t^3-3t \to f(x)=x^3-3x$

$gof(x)=0 \to g(x)=0 \to f(x)=0 \to x\sqrt{x}=2\sqrt{2} \to x=2$

$\hookrightarrow x\sqrt{x}=1 \to x=1$ ۱۰

$2-1=1$