«ستوده مرادی» (۲۰) شماره کلاس، ۹ ، یازدهم دختر B ،

$f(x) = \begin{cases} \cot \frac{\pi x}{۴} & , x \leq ۱ \\ \sqrt{x^۲+۱} & , x > ۱ \end{cases}$

$fof(\frac{۲}{۳}) = ?$

$f(f(\frac{۲}{۳})) \Rightarrow f($

$f(\frac{۲}{۳}) = \cot \frac{\pi x}{۴} \Rightarrow \cot \frac{\pi}{۶} \Rightarrow \sqrt{۳}$ (۲) 1

$f(\sqrt{۳}) \Rightarrow \sqrt{(\sqrt{۳})^۲+۱} = \boxed{۲}$

الف) $f(\frac{۱}{x}) = \sqrt{\frac{۲x-۱}{x^۲}}$ $g(x) = ۲\cos^۲ x$

$fog(\frac{\pi}{۳}) = ?$ $g(\frac{\pi}{۳}) = ۲\cos^۲\frac{\pi}{۳} = ۲ \times \frac{۱}{۴} = ۱/۲$

$f(\frac{۱}{x}) = f(\frac{۱}{۲})$ $f(۲) = \sqrt{\frac{۴-۱}{۴}} \Rightarrow \boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$

$x = ۲$

ب) $f(x) = [x]$ $g(x) = \frac{x}{۱-x}$ (۳)

$fog(\sqrt{۳}) = ?$ $g(\sqrt{۳}) = \frac{\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}} \times \frac{۱+\sqrt{۳}}{۱+\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}+۳}{-۱}$ 2

$-\sqrt{۳}-۳$

$f(-\sqrt{۳}-۳) = [-\sqrt{۳}-۳] = \boxed{-۴}$

$\approx -۴٫۴$

$f(x) = \sin x$ $f(\frac{\pi}{۴}) = \sin\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$g(x) = x\sqrt{۱-x^۲}$ $g(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{۱-\frac{۲}{۴}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{۱/۲} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$ 3

$gof(\frac{\pi}{۴}) = ?$ (۳)

$f(x) = \{(۴,۵),(۹,۵),(۸,۱۲),(۱۰,۱۲)\}$ ب) $gof(x)$ $\emptyset$

$g(x) = \{(۴,۹),(۲,۴),(۷,۸),(۸,۱۰)\}$

الف) $fog(x)$ $\{(۴,۵)(۲,۵)(۹,۱۲)(۸,۱۲)\}$ ج) $fof(x)$ $\emptyset$ (۲) 4

د) $gog(x)$ $\{(۴,۸),(۲,۹),(۷,۱۰)\}$

$f = \{(۲,۱),(۳,۲),(۴,۵),(۱,۷)\}$

$g = \{(۱,۲),(۲,۱),(a,۳),(b,۱)\}$ (۳) 5

$(۴,۲) \in fog \rightarrow g(x) = t \Rightarrow f(t) = ۲ \Rightarrow t = ۳ \rightarrow x = a \Rightarrow a = ۴$

$(۴,۱) \in gof$ $g(f(x)) = ۱$ $f(x) = b \longrightarrow (۴,۵) \Rightarrow b = ۵$ $\Rightarrow \boxed{(۴,۵)}$

$(a,b) = ?$

$f, g \to$ تابع خطی

$f(x) = ۲x + ۱ \to g(f(-۱)) = \boxed{-۸}$

$f(x) = -۲x - ۳ \to g(f(-۱)) = \boxed{-۸}$

$f(f(x)) = ۴x + ۳$

$g(۲x + ۳) = ۳x - ۲$

$f(f(x)) = a(ax + b) + b = a^۲x + ab + b = ۴x + ۳$

$gof(-۱) = ?$

$a^۲ = ۴$, $a = \boxed{\pm ۲}$

$\begin{cases} a = ۲ \to b = ۱ \\ a = -۲ \to b = -۳ \end{cases}$

$g(x) = cx + d$

$\frac{۳}{۲}x - \frac{۱۳}{۲}$

$g(x) = cx + d$

$g(۲x + ۳) = c(۲x + ۳) + d = ۳x - ۲ \Rightarrow$

$۲cx + ۳c + d$

$۲c = ۳ \to c = \frac{۳}{۲}$

$۳c + d = -۲ \Rightarrow d = \frac{-۱۳}{۲}$

③ 6

$f(x) = \sqrt{x + |x|}$

$g(x) = \frac{۱}{x^۲ - ۴x}$

$D_{gof} = ?$

$f(x) \begin{cases} \sqrt{۲x} & x > ۰ \\ ۰ & x \leq ۰ \end{cases}$

$D_f = \mathbb{R}$

$D_g = \mathbb{R} - \{۰, ۴\}$

$\sqrt{x + |x|} \neq \{۰, ۴\}$

$\sqrt{x + |x|} \neq ۰ \to x > ۰$

$\sqrt{x + |x|} \neq ۴ \to x \neq ۸$

$D_{gof} = (۰, +\infty) - \{۸\}$

③ 7

$f(x) = \sqrt{۱ - x^۲}$

$g(x) = \sqrt{x}$

$D(fof + gof) = ?$

$\{x \in D_f , f(x) \in D_{f+g}\}$

جواب $\Rightarrow \boxed{[-۱, ۱]}$

③ 8

$\sqrt{۱ - x^۲} \in [۰, ۱] \Rightarrow ۰ \leq \sqrt{۱ - x^۲} \leq ۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۰ \leq ۱ - x^۲ \leq ۱$

① $-۱ \leq -x^۲ \leq ۰ \longrightarrow ۰ \leq x^۲ \leq ۱ \Rightarrow -۱ \leq x \leq ۱$ ②

D_f: $\frac{-۱ \quad +۱}{- \; ۰ \; + \; ۰ \; -}$ $D_f = [-۱, ۱]$

$D_g = [۰, +\infty)$

$D_{(f+g)} = D_f \cap D_g = [-۱, ۱] \cap [۰, +\infty) \to [۰, +۱]$

الف) $f\left(\frac{۳x + ۱}{x - ۲}\right) = ۴x + ۵$

$f(x) = ?$ $\quad \frac{۳x + ۱}{x - ۲} = t$

$f(t) = ۴\left(\frac{۲t + ۱}{t - ۳}\right) + ۵$

$x = \frac{۲t + ۱}{t - ۳} \rightsquigarrow f(x) = \boxed{\frac{۱۳x - ۱۱}{x - ۳}}$

ب) $f\left(x + \frac{۱}{x}\right) = x^۳ + \frac{۱}{x^۳}$

$f(x) = ?$ $\quad \left(x + \frac{۱}{x}\right) = t$

$t^۳ = x^۳ + \frac{۱}{x^۳} + ۳\overbrace{\left(x + \frac{۱}{x}\right)}^{t} \Rightarrow t^۳ = x^۳ + \frac{۱}{x^۳} + ۳t$

$x^۳ + \frac{۱}{x^۳} = t^۳ - ۳t$ $\quad f(t) = t^۳ - ۳t$

$f(x) = \boxed{x^۳ - ۳x}$

③ 9

$f(x) = x\sqrt{x}$ $\quad x \geq ۰$

نمودار تابع g و محور xها را در نقاطی به طول ۱ و ۲√۲ قطع می‌کند ← [illegible]

اختلاف طول نقاطی که نمودار تابع gof(x) محور xها را قطع می‌کند.

$g(f(x)) = ۰$

$g(x) = ۰$

$\hookrightarrow x_۱ = ۱$

$x_۲ = ۲\sqrt{۲}$

$f(x) = \begin{cases} x_۱ = ۱ \Rightarrow x\sqrt{x} = ۱ \Rightarrow x'_۱ = ۱ \\ x_۲ = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow x'_۲ = ۲ \end{cases}$

$x'_۲ - x'_۱ = ۲ - ۱ \boxed{= ۱}$

③ 10