مهسا عظیمی پور
تکلیف شماره ۹

۱)

$f(\frac{۲}{۳}) = \frac{۲}{۳} < ۱ \Rightarrow \cot\frac{\pi}{۶} = \cot ۳۰^\circ = \sqrt{۳}$

$f(\sqrt{۳}) = \sqrt{۳} > ۱ \Rightarrow \sqrt{\underbrace{۳+۱}_{۴}} = ②$

---

۲) الف)

$f(\frac{۱}{x}) = \frac{۲x-۱}{x^۲}$ $\quad g(x) = ۲\cos^۲ x$ $\quad f\circ g(\frac{\pi}{۳})?$

$g(\frac{\pi}{۳}) = ۲\underbrace{\cos^۲\frac{\pi}{۳}}_{(\frac{۱}{۲})^۲} = \frac{۱}{۲}$

$f(x) = \frac{\frac{۲}{x}-۱}{(\frac{۱}{x})^۲} = \frac{(۲-x)x^{\cancel{۲}}}{\cancel{x}} \Leftarrow f(x) = (۲-x)x \rightarrow ۲x - x^۲$

$F(\frac{۱}{۲}) = ۲(\frac{۱}{۲}) - (\frac{۱}{۲})^۲ = ۱ - \frac{۱}{۴} = \boxed{\frac{۳}{۴}}$

ب)

$f\circ g(x) = [\frac{x}{۱-x}] \Rightarrow x = \sqrt{۲} \Rightarrow [\frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}}] \times \frac{۱+\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}} \Rightarrow [\frac{\sqrt{۲}(۱+\sqrt{۲})}{-۱}]$

$\sqrt{۲}+۲ \rightarrow \simeq ۳/۴$

$[\frac{۳/۴}{-۱}] = \boxed{-۴}$

---

۳)

$g\circ f(\frac{\pi}{۴})$ $\quad g(x) = x\sqrt{۱-x^۲}$ $\quad f(x) = \sin x$

$g\circ f(x) = \sin x\sqrt{۱-\sin^۲ x}$ $\quad \sin\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\sqrt{۱-\frac{۱}{۲}}) = \boxed{\frac{۱}{۲}}$

$\sqrt{۱-\frac{۱}{۲}} \rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

---

۴)

$f(x) = \{(۴,۵)(۶,۵),(۸,۱۲),(۱۰,۱۲)\}$ $\quad g(x) = \{(۴,۶),(۲,۴),(۶,۸),(۸,۱۰)\}$

الف) $f\circ g(x)$

$۴ \rightarrow ۶ \rightarrow ۵$
$۲ \rightarrow ۴ \rightarrow ۵$
$۶ \rightarrow ۸ \rightarrow ۱۲$
$۸ \rightarrow ۱۰ \rightarrow ۱۲$

$\Rightarrow f\circ g(x) = \{(۴,۵),(۲,۵),(۶,۱۲),(۸,۱۲)\}$

ب) $g\circ f(x)$

$۴ \rightarrow ۵ \quad \times$
$۶ \rightarrow ۵ \quad \times$
$۸ \rightarrow ۱۲ \quad \times$
$۱۰ \rightarrow ۱۲ \quad \times$

$\Rightarrow g\circ f(x) = \{\ \}$ یا $\varnothing$

ج) $f\circ f(x)$

$۴ \rightarrow ۵ \rightarrow \times$
$۶ \rightarrow ۵ \rightarrow \times$
$۸ \rightarrow ۱۲ \rightarrow \times$
$۱۰ \rightarrow ۱۰ \rightarrow \times$

$\Rightarrow f\circ f(x) = \{\ \}$ یا $\varnothing$

د) $g\circ g(x) =$

$۴ \rightarrow ۶ \rightarrow ۸$
$۲ \rightarrow ۴ \rightarrow ۶$
$۶ \rightarrow ۸ \rightarrow ۱۰$
$۸ \rightarrow ۱۰ \quad \times$

$\Rightarrow g\circ g(x) = \{(۴,۸),(۲,۶),(۶,۱۰)\}$

۵)

$(۴,۲) \in fog(x)$ $\qquad$ $\{(۴,۱) \in gof(x)$

$g\ (۴,?) \rightarrow (?,۲) \Rightarrow ? = ۳ \Rightarrow a = ۴$ $\qquad$ $(۴,?) \rightarrow (?,۱)$

F $\qquad$ F $\qquad$ $g \Rightarrow ? = b = ۵$

$(۴,۵)$

---

۶)

$g(۲x+۳) = ۳x - ۲$ $\qquad$ $f(x) = ax+b$

$\Downarrow$

$g(x) = \frac{۳}{۲}x - ۴/۵$ $\qquad$ $fof(x) = a^۲x + ab + b = ۴x + ۳ \Rightarrow a = \pm ۲$

$(a+۱)b = ۳$

$۳ \times ۱ \Rightarrow b = ۱ , a = ۲$

$g(-۱) = -\frac{۳}{۲} - ۴/۵ = ⑧-$ $\qquad$ $-۱ \times -۳ \Rightarrow a = -۲ , b = -۳$

$-۱(a) + b = \rightarrow -۲ + ۱ = -۱$

$\hookrightarrow ۲ - ۳ = -۱$

$f(-۱) = -۱$ در هر صورت $\Leftarrow$

---

۷)

دامنه $gof(x)$ ؟ $\qquad$ $g(x) = \frac{۱}{x^۲ - ۴x}$ ، $f(x) = \sqrt{x + |x|}$

$D = f(x)$ برد $\cap$ دامنه $g(x) \Rightarrow$ $\qquad$ برد $f(x) \rightarrow$ $x > ۰ \rightarrow \sqrt{۲x} \rightarrow$ می‌تواند هر عدد + ای باشد

$R - \{۰,۴\}$ $\qquad$ $\rightarrow x = ۰ \rightarrow ۰$

$\hookrightarrow x < ۰ \rightarrow ۰$ $\qquad$ $\Downarrow \in R^+$

$\Rightarrow D_{gof(x)} = R^+ - \{۸,۰\} = \boxed{R^+ - \{۸\}}$ $\qquad$ $\sqrt{۲x} \neq ۴ \Rightarrow x \neq ۸$

---

۸)

$f(x) = \sqrt{۱ - x^۲}$ $\qquad$ $g(x) = \sqrt{x}$ $\qquad$ دامنه $(f+g)of$

$D_f =$
$-۱ \geq x \geq ۱$

$R_f = [۰,۱] \longrightarrow$ اگر وارد g بشود مغایرتی ندارند $\checkmark$ $\Rightarrow D_{(f+g)of} = \boxed{[-۱,۱]}$

$D_{fof} \cap D_{gof} \Rightarrow R_f \cap D_f = [۰,۱] \cap R_f \cap D_g = [۰,۱] \Rightarrow [۰,۱]$

$(f+g)x = \sqrt{x} + \sqrt{۱ - x^۲}$

---

۹)

الف) $f\left(\frac{۳x+۱}{x-۲}\right) = ۴x + ۵$ $\qquad$ $\frac{۳x+۱}{x-۲} = t$ $\qquad$ $۳x + ۱ = tx - ۲t$

$\frac{۸t+۴}{t-۳} + ۵$ $\qquad$ $x = \frac{۲t+۱}{t-۳}$ $\qquad$ $\Leftarrow (۳-t)x = \frac{-۲t-۱}{۳-t}$

$f(x) = \boxed{\frac{۱۳x - ۱۱}{x - ۳}}$

ب) $f(x + \frac{۱}{x}) = x^۳ + \frac{۱}{x^۳}$ $\qquad$ $x^۳ + \frac{۱}{x^۳} + ۳(x + \frac{۱}{x})(۱)$

$f(x) = x^۳ - ۳x$

---

۱۰)

$x\sqrt{x} = ۱$ $\qquad$ $x\sqrt{x} = ۲\sqrt{۲}$

$\boxed{x = ۱}$ $\qquad$ $\boxed{x = ۲}$ $\qquad$ $۲ - ۱ = ①$

در آخر x های ورودی به تابع $g(x)$ نقاط برخورد نمودار با محور x را مشخص خواهند که ما می‌دانیم اگر x های ورودی به $g(x)$ او $۲\sqrt{۲}$ باشد به نقاط مدنظر می‌رسیم که x های ورودی به g_x همان خروجی $f(x)$ است