نام و نام خانوادگی ......نازنین ابهری...................... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ..۱۹.. **کلاس** ...یازدهم تجربی (B) (ابن‌سینا)

۱	$\frac{2}{3} < 1 \Rightarrow f(\frac{2}{3}) = \cot\frac{\pi \times \frac{2}{3}}{4} = \cot\frac{2\pi}{12} = \cot\frac{\pi}{6} = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$ $\rightarrow \sqrt{3} > 1 \Rightarrow f(\sqrt{3}) = \sqrt{(\sqrt{3})^2+1} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = (2) = fof(\frac{2}{3})$
۲	الف) $\frac{1}{x} = t \Rightarrow \frac{2x-1}{x^2} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} = 2t - t^2 \Rightarrow f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ $g(\frac{\pi}{3}) = 2\cos^2\frac{\pi}{3} = 2(\frac{1}{2})^2 = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, $f(\frac{1}{2}) = \sqrt{2(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} =$ $fog(\frac{\pi}{3})$ ب) $g(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{1-2} = -\sqrt{2}(1+\sqrt{2}) = -\sqrt{2}-2$ $f(-\sqrt{2}-2) = [-\sqrt{2}-2] = -4 = fog(\sqrt{2})$
۳	$f(\frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $g(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{1 - \frac{\cancel{2}}{\cancel{4}_{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{1-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} = gof(\frac{\pi}{4})$
۴	الف) $fog(x) = \{(4,5), (2,5), (6,12), (8,12)\}$ ب) $gof \rightarrow$ هیچ یک از اعضای برد $f(x)$ در دامنه‌ی $g(x)$ نیست $\Rightarrow gof = \emptyset$ ج) $fof \rightarrow$ هیچ یک از اعضای برد $f(x)$ در دامنه‌ی $f(x)$ نیست $\Rightarrow fof = \emptyset$ د) $gog(x) = \{(4,8), (2,6), (6,10)\}$
۵	$f(g(x)) = 2 \Rightarrow g(x) = 3 \Rightarrow x = a$, $x = 4 \Rightarrow a = 4$ $g(f(x)) = 1 \longrightarrow f(x) = 3 \Rightarrow$ "۳" در برد $f(x)$ وجود ندارد $\rightarrow$ غ ق ق $\searrow f(x) = b \Rightarrow x = 4 \rightarrow f(4) = 5 \Rightarrow b = 5$ $(a,b) = (4,5)$

۶

$f(x)= ax+b \rightarrow fof(x) = a(ax+b)+b = a^{۲}x+ab+b = ۴x+۳$

$\Rightarrow a^{۲}=۴ \rightarrow a=\pm ۲$

① $-۲b+b=-b=۳ \Rightarrow b=-۳ \rightarrow f(x)=-۲x-۳$

② $۲b+b=۳b=۳ \Rightarrow b=۱ \rightarrow f(x)=۲x+۱$

$۲x+۳=t \Rightarrow ۲x=t-۳ \rightarrow x=\frac{t-۳}{۲}$

$\rightarrow ۳x-۲ = ۳(\frac{t-۳}{۲})-۲ = \frac{۳t-۹}{۲}-۲ = \frac{۳t-۹-۴}{۲} = \frac{۳t-۱۳}{۲} = g(t) \Rightarrow g(x)=\frac{۳x-۱۳}{۲}$

$f(-۱) = < \begin{array}{l} (-۱)(-۲)-۳ = ۲-۳ = -۱ \\ (-۱)\times ۲+۱ = -۲+۱ = -۱ \end{array} \longrightarrow g(-۱) = \frac{-۳-۱۳}{۲} = \frac{-۱۶}{۲} = -۸ = gof(-۱)$

۷

I) $x+|x| \geqslant ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{R} \rightarrow D_f=\mathbb{R}\ ,\ x\in\mathbb{R}$

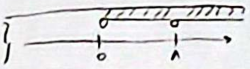
II) $x^{۲}-۴x = x(x-۴) \neq ۰ \Rightarrow x \neq ۰, ۴ \rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{۰,۴\} \rightarrow f(x)\in D_g$

III) $\sqrt{x+|x|} \in \mathbb{R}-\{۰,۴\} \Rightarrow \sqrt{x+|x|}\neq ۰ \Rightarrow$ به ازای $\rightarrow x\leqslant ۰ \rightarrow f(x)=۰$

$\sqrt{x+|x|}\neq ۴ \Rightarrow x+|x|\neq ۱۶ \Rightarrow x\neq ۸$

$\Rightarrow x\in(۰,+\infty)-\{۸\}$

$I\cap III = D_{gof} = (۰,+\infty)-\{۸\}$



۸

I) $۱-x^{۲}\geqslant ۰ \Rightarrow \frac{-۱\quad ۱}{-\ \ +\ \ -} \Rightarrow x\in[-۱,۱]$

II) $D_{f+g} = D_f\cap D_g\ :\ D_g = x\geqslant ۰ \rightarrow D_g\cap D_f=[۰,۱]\ ,\ f(x)\in[۰,۱]$

III) $۰\leqslant\sqrt{۱-x^{۲}}\leqslant ۱ \Rightarrow ۰\leqslant ۱-x^{۲} \rightarrow x^{۲}\leqslant ۱ \rightarrow -۱\leqslant x\leqslant ۱$

$\Rightarrow D_{(f+g)of} = [-۱,۱]$

۹

الف) $\frac{۳x+۱}{x-۲}=t \rightarrow ۳x+۱=tx-۲t \rightarrow ۲t+۱=tx-۳x=x(t-۳) \Rightarrow x=\frac{۲t+۱}{t-۳}$

$\rightarrow ۴x+۵ = ۴(\frac{۲t+۱}{t-۳})+۵ = \frac{۸t+۴}{t-۳}+۵ = \frac{۸t+۴+۵t-۱۵}{t-۳} = \frac{۱۳t-۱۱}{t-۳}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{۱۳x-۱۱}{x-۳}$

ب) $x+\frac{۱}{x}=t \rightarrow t^{۳}=x^{۳}+\frac{۱}{x^{۳}}+۳(x+\frac{۱}{x}) = x^{۳}+\frac{۱}{x^{۳}}+۳t \Rightarrow x^{۳}+\frac{۱}{x^{۳}}=t^{۳}-۳t$

$\Rightarrow f(t)=t^{۳}-۳t \Rightarrow f(x)=x^{۳}-۳x$

۱۰

$g(f(x)) \longrightarrow$ تنها در صورتی به ورودی تابع $g(x)$ ، ۱ و $۲\sqrt{۲}$ باشد، $g(x)$ صفر می‌شود (یا محور x ها را قطع می‌کند)

$\Rightarrow f(x)=۱ \Rightarrow x\sqrt{x}=۱ \Rightarrow \sqrt{x^{۳}}=۱$

$\Rightarrow x^{۳}=۱ \rightarrow x=۱$

$f(x)=۲\sqrt{۲} \Rightarrow x\sqrt{x}=۲\sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{x^{۳}}=\sqrt{۸}$

$\Rightarrow x^{۳}=۸ \rightarrow x=۲$

اختلاف

$۲-۱=$ ①

یعنی به ازای ورودی‌های ۱ و ۲ در تابع $gof(x)$ ← محور x ها را قطع می‌کند.