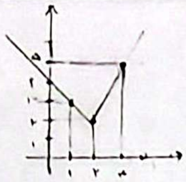
۲۰

نام و نام خانوادگی ...نیمین ابهری... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۷.. کلاس ..[illegible]..

۱

الف)

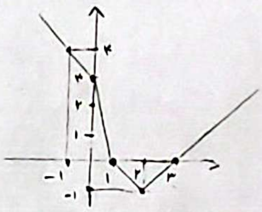
x	1	2	3
y	3	2	5



$R_f = [2, +\infty)$

ب)

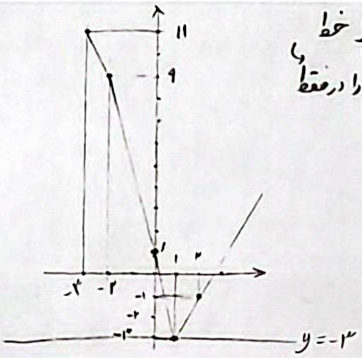
x	0	1	2	-1	3
y	3	0	-1	4	0



$R_f = [-1, +\infty)$

۲

x	-2	1	-3	0	2
y	9	-3	11	1	-1



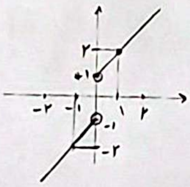
چون معادله تنها یک ریشه دارد پس $k = -3$ زیرا خط $y = -3$ تنها خط افقی است که نمودار تابع را در فقط یک نقطه قطع می‌کند.

$k = -3$

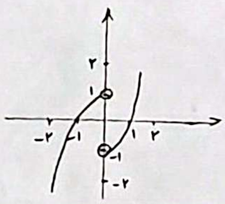
۳

الف)
$$\begin{cases} x+1 & x>0 \\ x-1 & x<0 \\ \text{تعریف نشده} & x=0 \end{cases}$$

x	1	-1
y	2	-2

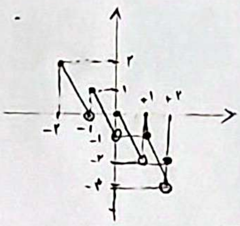


ب)
$$\begin{cases} x^2-1 & x>0 \\ -x^2+1 & x<0 \\ \text{تعریف نشده} & x=0 \end{cases}$$

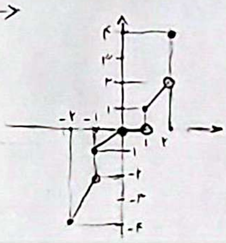


۴

الف)
$[-2,-1) : -2-2x$ $\quad$ $[1,2) : 1-2x$
$[-1,0) : -1-2x$ $\quad$ $x=2 \to 2-4=-2$
$[0,1) : -2x$



ب)
$[-2,-1) : -2|x|$ $\quad$ $[1,2) : |x|$
$[-1,0) : -1|x|$ $\quad$ $x=2 : 4$
$[0,1) : 0$



۵

الف) $3x = t \to t-[t] \Rightarrow R_f = [0,1)$

ب) $4x - 4[x] = 4(x-[x]) \to$ برد $\to x-[x] : [0,1) \Rightarrow R_f = [0,4)$

ج) $x - 5\left[\frac{x}{5}\right] = 5\left(\frac{x}{5} - \left[\frac{x}{5}\right]\right) \to \frac{x}{5} = a \to$ برد $: a-[a] : [0,1) \Rightarrow R_f = [0,5)$

د) $2x = t \Rightarrow [t]-t \Rightarrow R_f = (-1,0]$

۶

الف) $-\sqrt{9+4} \le 3\sin x + 2\cos x \le \sqrt{9+4} \Rightarrow R_f = [-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$

ب) $-\sqrt{16+9} \le 4\sin x - 3\cos x \le \sqrt{16+9} \Rightarrow R_f = [-5, 5]$

ج) $-\sqrt{\cancel{4+25}}_{29} \le 2\sin x + 5\cos x \le \sqrt{\cancel{4+25}}_{29} \Rightarrow [2\sin x + 5\cos x]\begin{cases} -6 \\ -5 \\ -4 \\ \vdots \\ 5 \end{cases} \Rightarrow R_f = \{-6, -5, \dots, 5\}$

د) $-\sqrt{\cancel{1+4}}_{5} \le \cos x - 2\sin x \le \sqrt{\cancel{1+4}}_{5} \to R_f = \sqrt{[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]} = [0, \sqrt[4]{5}]$

۲

۷

الف) $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2} \to \sin x \ne -\frac{3}{2} \\ \sin x = 1 \Rightarrow y = 1+3+2 = 6 \ max \\ \sin x = -1 \Rightarrow y = 1-3+2 = 0 \ min \end{cases} \Rightarrow R_f = [0, 6]$

ب) $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{4} \to y = 2\left(\frac{9}{\cancel{16}_{8}}\right) + 3\left(-\frac{3}{4}\right) + 2 = \frac{9 - 18 + 16}{8} = \frac{7}{8} \ min \\ \sin x = 1 \Rightarrow y = 2+3+2 = 7 \ max \\ \sin x = -1 \Rightarrow y = 2-3+2 = 1 \end{cases} \Rightarrow R_f = [\frac{7}{8}, 7]$

۲

۸

الف) $\sin^2 x + 4(1 - \sin^2 x) = 4 + \sin^2 x - 4\sin^2 x = 4 - 3\sin^2 x$

$\begin{cases} \sin^2 x = 1 \Rightarrow y = 4 - 3 = 1 \\ \sin^2 x = 0 \Rightarrow y = 4 \end{cases} \Rightarrow R_f = [1, 4]$

ب) $\dfrac{2\cot x}{\frac{1}{\sin^2 x}} = \dfrac{\frac{2\cos x}{\cancel{\sin x}}}{\frac{1}{\cancel{\sin^2 x}}} = 2\sin x \cos x = \sin(2x) \Rightarrow R_f = [-1, 1]$

۲

۹

الف) $2k = 6 \Rightarrow k = 3 \to \frac{1}{4} \leftarrow \cancel{2^{1-3}} \le \sin^6 x + \cos^6 x \le 1 \Rightarrow R_f = [\frac{1}{4}, 1]$

ب) $2k = 8 \Rightarrow k = 4 \to \frac{1}{8} \leftarrow \cancel{2^{1-4}} \le \sin^8 x + \cos^8 x \le 1 \Rightarrow [\sin^8 x + \cos^8 x]\begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

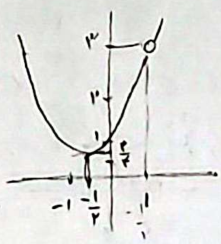
$\Rightarrow R_f = \{0, 1\}$

۲

۱۰

الف) $\dfrac{2x^2 + 7x - 4}{x + 4} = \dfrac{(2x-1)\cancel{(x+4)}}{\cancel{x+4}} = 2x - 1 \to x = -4 \to y = -9 \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{-9\}$

ب) $\dfrac{x^3 - 1}{x - 1} = \dfrac{\cancel{(x-1)}(x^2 + x + 1)}{\cancel{x-1}} = x^2 + x + 1$



$R_f = [\frac{3}{4}, +\infty)$

۲