پرنیا فروتن فر — ۱۹,۵ — پاسخنامه تشریحی تکلیف ۶ — یازدهم B

۱)

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x \Rightarrow y = (x-1)^3 + 1 \Rightarrow (x-1)^3 = y - 1$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} + 1 \Rightarrow \boxed{R_f = \mathbb{R}}$

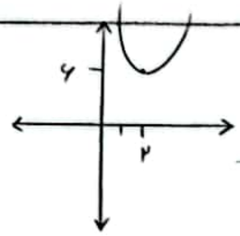
ب) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x} \Rightarrow yx^2 - 2xy = 1 \Rightarrow yx^2 - 2xy - 1 = 0$

$\Rightarrow yx(x-2) - 1 = 0 \Rightarrow x(x-2) = \dfrac{1}{y} \Rightarrow x^2 - 2x = \dfrac{1}{y} \quad y \neq (-1,0)$

$\boxed{R_y = \mathbb{R} - (-1,0)}$

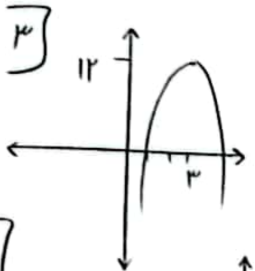
۲)

الف) $y = x^2 - 4x + 10 \quad \begin{cases} x = \dfrac{-b}{2a} = \boxed{2} \\ y = 4 - 8 + 10 = \boxed{6} \end{cases}$



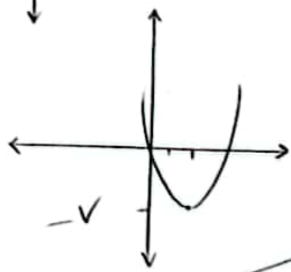
$R_f = [6, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3 \quad \begin{cases} x = \dfrac{-6}{-2} = \boxed{3} \\ y = \boxed{12} \end{cases}$



$R_f = (-\infty, 12]$

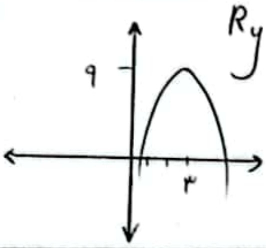
ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3} \quad \begin{cases} x = \dfrac{-b}{2a} = \boxed{2} \\ y = \boxed{-7} \end{cases}$



اعداد منفی جذر ندارند پس شروع بازه از ۰ خواهد بود

$\Rightarrow R_y = \sqrt{[-7, +\infty)} = [0, +\infty)$

د) $y = \sqrt{6x - x^2} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-b}{2a} = \boxed{3} \\ y = \boxed{9} \end{cases}$



$R_y = \sqrt{(-\infty, 9]} = [0, 3]$

۳)

الف) $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1 \Rightarrow \boxed{R_y = \mathbb{R}}$

ب) $y = x^7 - 6x^4 + 3x + 2 \Rightarrow \boxed{R_y = \mathbb{R}}$

ج) $y = \sqrt{x^7 - 6x^2 + 5x + 1} \Rightarrow \sqrt{(-\infty, \infty)} \Rightarrow \boxed{R_y = [0, +\infty)}$

د) $y = (\underbrace{x^5 - 4x^2 + 3x + 1}_{\mathbb{R}})^2 \quad \boxed{R_y = [0, +\infty)}$

برد $[0,+\infty)$ است چون توان ۲ هر عدد حقیقی عددی نامنفی است

۴)

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow R_y=\mathbb{R}-\{3\}$

ب) $y=\frac{2x+1}{x+1} \Rightarrow R_y=\mathbb{R}-\{2\}$

۵)

الف) $y=\sqrt{\frac{2x+4}{x+1}} \Rightarrow \sqrt{\mathbb{R}-\{2\}} \Rightarrow R_y=[0,+\infty)-\{\sqrt{2}\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{3x+1}{2-x}} \Rightarrow \sqrt{\mathbb{R}-\{-3\}} \Rightarrow R_y=[0,+\infty)$

حل به روش تابع هموگرافیک

۶)

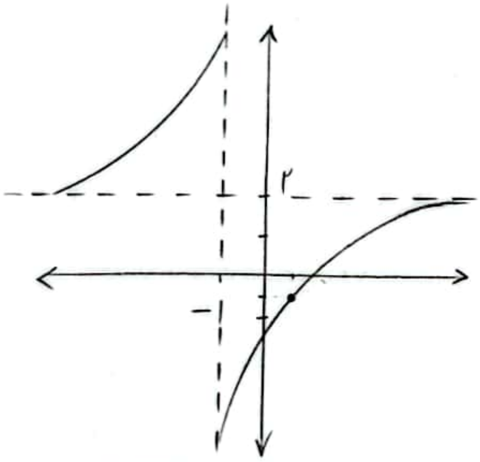
الف) $y=\frac{2x-3}{x+1}$

گام ۱)

مجانب قائم = ریشه مخرج $\Rightarrow x=-1$

مجانب افقی $= y=\frac{a}{c} \Rightarrow 2$

گام ۲) دادن نقطه عطفی: $\begin{array}{c|c} 1 & -\frac{1}{2} \end{array}$



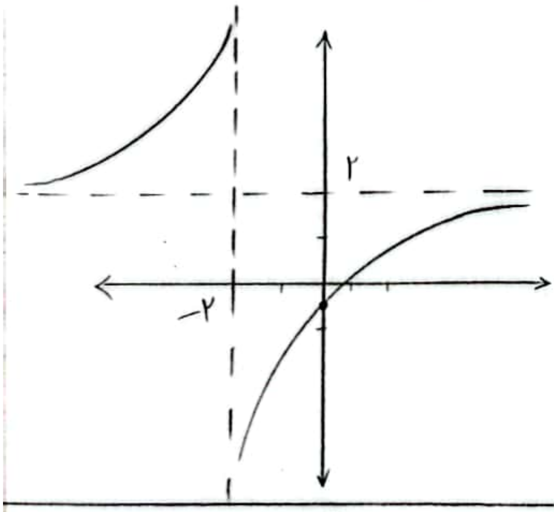
ب) $y=\frac{2x-1}{x+2}$

گام ۲) $\begin{array}{c|c} 0 & -\frac{1}{2} \end{array}$

گام ۱)

مجانب قائم $=-2$

مجانب افقی $=\frac{a}{c}=2$



۷)

الف) $y=\sin x+\frac{1}{\sin x}$

چون نمی‌دانیم $\sin x$ مثبت است یا منفی پس:

$R_y=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

ب) $y=\frac{x^6+1}{x^3} \Rightarrow x^3+\frac{1}{x^3} \Rightarrow R_y=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

(۷

ج) $y = \frac{\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[3]{x}} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt[3]{x^4}}{x} = \frac{\cancel{x}\sqrt[3]{x}}{\cancel{x}} = \sqrt[3]{x}$

$\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \Rightarrow R_y = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

د) $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow R_y = [2, +\infty)$

(۸

الف) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+3} \Rightarrow x^2+3-3+\frac{1}{x^2+3} \Rightarrow x^2+3+\frac{1}{x^2+3}$

$\Rightarrow R_f = [\frac{10}{3}, +\infty) \Rightarrow R_y = \frac{10}{3} - \frac{9}{3} = \boxed{[\frac{1}{3}, +\infty)}$

۹

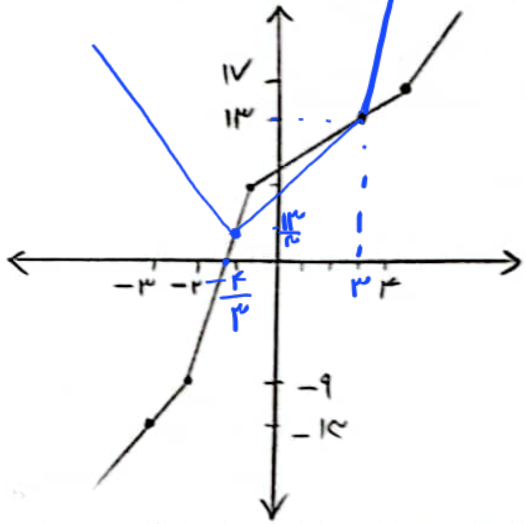
ب) $y = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}} \Rightarrow \frac{x^2+4+1}{x^2+4} \Rightarrow y = \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$

$\Rightarrow R_y = \boxed{[\frac{5}{2}, +\infty)}$

(۹

$y = |x-3| + |3x+4|$

$$\begin{cases} 4x+1 & x>3 \\ 2x+7 & -\frac{4}{3} \leqslant x \leqslant 3 \\ -4x-1 & x<-\frac{4}{3} \end{cases}$$

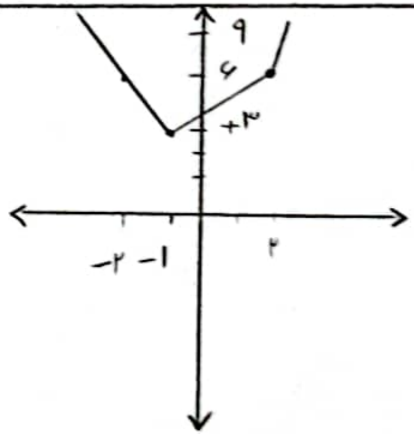


۱٫۵

(۱۰

الف) $y = |x-2| + |2x+2|$

$$\begin{cases} -3x & x<-1 \\ x+4 & -1 \leqslant x \leqslant 2 \\ 3x & x>2 \end{cases}$$

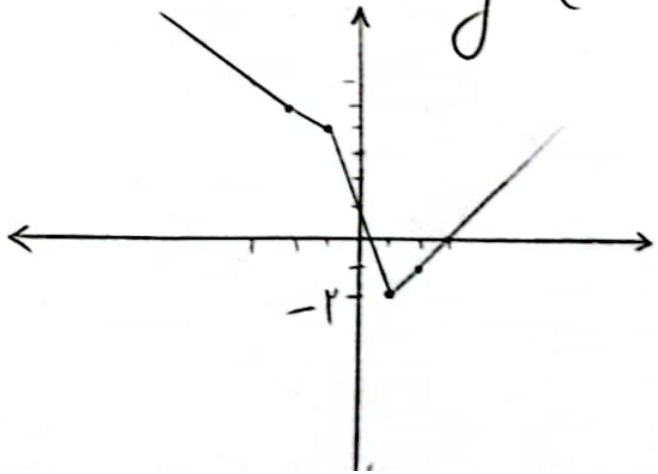


$R_y = [3, +\infty)$

۲

ب) $y = |2x-2| - |x+1|$

$$\begin{cases} -x+3 & x<-1 \\ -3x+1 & -1 \leqslant x \leqslant 1 \\ x-3 & x>1 \end{cases}$$



$R_y = [-2, +\infty)$