گروه دهم B — حسابان ریاضی

①

الف) $y=x^۳-۳x^۲+۳x \to (x-1)^۳+1 \to y=(x-1)^۳+1$

$y-1=(x-1)^۳ \to \sqrt[۳]{y-1}=(x-1) \to \sqrt[۳]{y-1}+1=x$

: $x=\sqrt[۳]{y-1}+1 \to \boxed{R_f = \mathbb{R}}$

ب) $y=\frac{1}{x^۲-۲x} \to y(x^۲-۲x)=1 \to x^۲-۲x=\frac{1}{y}$

$x^۲-۲x+1=\frac{1}{y}+1 \to (x-1)^۲=\frac{1}{y}+1 \to x-1=\pm\sqrt{\frac{1}{y}+1}$

$x=\pm\sqrt{\frac{1}{y}+1}+1 \to \frac{1}{y}+1\geq ۰ \to \frac{1+y}{y}\geq ۰$ $\begin{cases} 1+y=۰ \to y=-1 \\ y=۰ \end{cases}$

		-1		۰	
1+y	−	۰	+		+
y	−		−	ت.ن	+
	+,		−		+

$\to \boxed{R_f=(-\infty,-1]\cup(۰,+\infty)}$

②

الف) $y=x^۲-۴x+۱۰ \to x_{min}=\frac{-b}{۲a} \to \frac{۴}{۲}=۲ \xrightarrow[y_{min}]{} y=۴-۸+۱۰=۶$

$\boxed{R_f = [۶,+\infty)}$

ب) $y=x^۲+۶x+۳ \to x_{max}=\frac{-b}{۲a} \to \frac{-۶}{-۲}=۳ \xrightarrow[y_{max}]{} y=۱۲$

$\boxed{R_f = [-\infty,۱۲]}$

ج) $y=\sqrt{x^۲-۴x-۳} \to x_{min}=\frac{۴}{۲}=۲ \to y_{min}=-۷ \xrightarrow[[-۷,+\infty)]{\sqrt{}} \boxed{[۰,+\infty)}$

د) $y=\sqrt{۶x-x^۲} \to -x^۲+۶x \to x_{max}=\frac{-۶}{-۲}=۳ \to y_{max}=۹ (-۹$

$\xrightarrow{\sqrt{}} \boxed{[۰,۳]}$

③

الف) $y=x^۳-۵x^۲+۲x+۱ \to \mathbb{R}$

ب) $y=x^۷-۹x^۴+۳x+۱ \to \mathbb{R}$

ج) $y=\sqrt{x^۷-۹x^۴+۵x+۱} \to [۰,+\infty)$

د) $y=(x^۵-۴x^۲+۳x+۱)^۲ \to R_f=[۰,+\infty)$

④

$y=\dfrac{۳x+۱}{x-۱} \to \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $ad \neq cb$ ✓

$R_f=R-\{۳\}$

$\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}$ ←

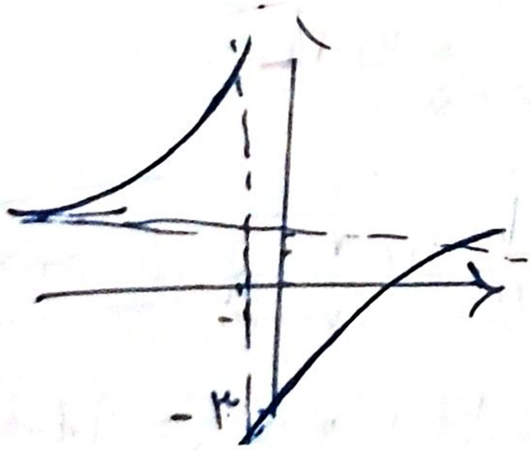
$y=\dfrac{۲x+۱}{x+۱} \to R-\{\frac{۲}{۱}\} \to R-\{۲\}$

⑤

$y=\sqrt{\dfrac{۲x+۴}{x+۱}} \to R-\{\frac{۲}{۱}\} \xrightarrow{\sqrt{\ }} [۰,+\infty)-\{\sqrt{۲}\}$

$y=\sqrt{\dfrac{۳x+۱}{۲-x}} \to R-\{-۳\} \xrightarrow[\text{منفی‌حذف}]{\sqrt{\ }} [۰,+\infty)$

⑥

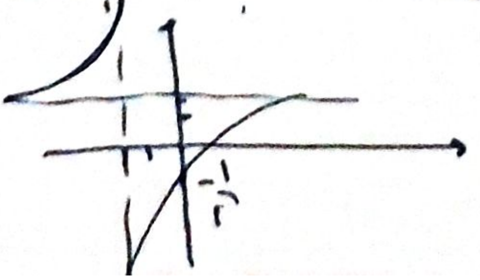


$y=\dfrac{۲x-۳}{x+۱}$

$x+۱=۰ \to x=-۱$

$\frac{a}{c}=۲$

$x=۰ \to y=-\frac{۳}{۱}=-۳$



$y=\dfrac{۲x-۱}{x+۲}$

$x+۲=۰ \to x=-۲$

$\frac{a}{c}=۲$

$x=۰ \quad y=-\frac{۱}{۲}$

⑦

الف) $\sin x+\frac{1}{\sin x} \to \boxed{R_f = (-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)}$

ب) $\frac{x^{۶}+1}{x^{۳}} \to x^{۳}+\frac{1}{x^{۳}}$ $\boxed{R_f = (-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)}$

ج) $y=\frac{\sqrt[۳]{x^{۲}}+1}{\sqrt[۳]{x}} = \frac{\sqrt[۳]{x^{۲}}}{\sqrt[۳]{x}}+\frac{1}{\sqrt[۳]{x}} \to \sqrt[۳]{x}+\frac{1}{\sqrt[۳]{x}}$

$\boxed{R_f = (-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)}$

د) $y=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}} \to \boxed{R_f[۲,+\infty)}$

⑧

الف) $\underset{a}{x^{۲}}+\frac{1}{x^{۲}+۳}+۳-۳ \to [\frac{۱۰}{۳},+\infty)-۳ \to R_f=[\frac{1}{۳},+\infty)$

زوج نمی‌توانه اینجا بشه

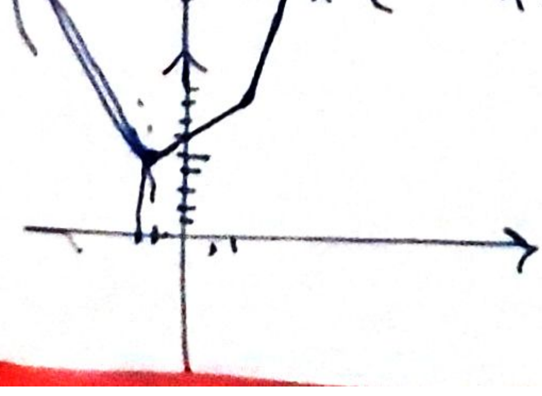
ب) $\sqrt{x^{۲}+۴}+\frac{1}{\sqrt{x^{۲}+۴}} \to R_f=[\frac{۵}{۲},+\infty)$

$\sqrt{x^{۲}+۴}$ ← جدا نمی‌توانه ۲ شود

⑨

$$\begin{cases} x-۳+۳x+۴ & x\geq ۳ \\ -x+۳+۳x+۴ & -\frac{۴}{۳}\leq x<۳ \\ -x+۳-۳x-۴ & x<-\frac{۴}{۳} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۴x+۱ & x\geq ۳ \\ ۲x+۷ & -\frac{۴}{۳}<x<۳ \\ -۴x-۱ & x<-\frac{۴}{۳} \end{cases}$$

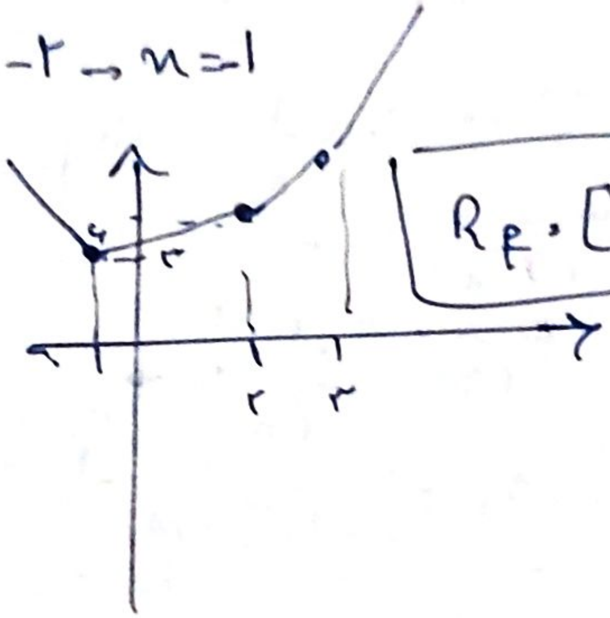


$y=|x-٢|+|٢x+٢|$

$x-٢=٠ \quad x=٢ \quad ٢x=-٢ \rightarrow x=-١$

x	$-\infty$	-١	٢	$+\infty$
$x-٢$	$-$	$-$	$+$	
$٢x+٢$	$-$	$+$	$+$	
	$+$	$-$	$+$	

$$f(x)=\begin{cases} -٣x & x\leq -١ \\ x+۴ & -١<x<٢ \\ ٣x & x\geq ٢ \end{cases}$$

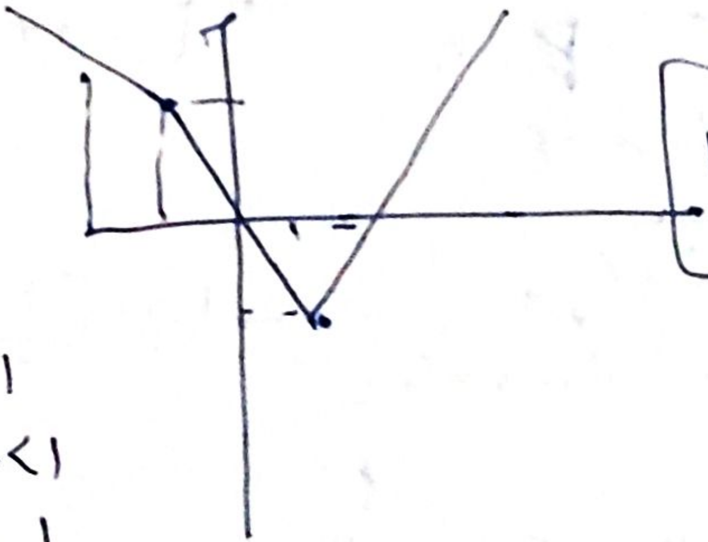


$R_f = [٣,+\infty)$

$y=|٢x-٢|-|x+١|$

	$-\infty$	-١	١	$+\infty$
$٢x-٢$	$-$	$-$	$+$	
$x+١$	$-$	$+$	$+$	
	$+$	$-$	$+$	

$$f(x)=\begin{cases} -x+٣ & x\leq -١ \\ -٣x+١ & -١<x<١ \\ x-٣ & x\geq ١ \end{cases}$$



$R_f = [-٢, +$