هلیا عقاری

الف) $x^۳ - ۳x^۲ + ۳x \mp ۱ = y - ۱ \Rightarrow \boxed{R_f = R_f}$

①

$(x - ۱)^۳ = y - ۱ \Rightarrow x - ۱ = \sqrt[۳]{y-۱} \Rightarrow x = \sqrt[۳]{y-۱} + ۱$

ب) $y = \frac{۱}{x^۲ - ۲x} \Rightarrow yx^۲ - ۲xy = ۱$

②

$yx^۲ - ۲yx \cancel{y} - ۱ = ۰ \quad \Delta \to ۴y^۲ - (۴)(-۱)(y) = ۴y^۲ + ۴y$

$x = \frac{۲y \pm \sqrt{۴y^۲ + ۴y}}{۲y} \quad ۴y^۲ + ۴y \geq ۰ \quad ۴y(y+۱)$

$۲y \neq ۰ \to y \neq ۰$

$-۱ \quad ۰$

$+ \quad ۰ \quad - \quad ۰ \quad +$

$(-\infty , -۱] \cup (۰ , +\infty)$

②

الف) $x^۲ - ۴x + ۱۰$ | $\frac{-b}{۲a} = \frac{۴}{۲} = ۲$

$\Delta = ۱۶ - ۴۰ = -۲۴$ | $\frac{-\Delta}{۴a} = \frac{۲۴}{۴} = ۶$

$۰ < x^۲$ ضریب

$\Rightarrow R_f = [۶ , +\infty)$

ب) $-x^۲ + ۶x + ۳$

عرض سهمی $= \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{\overset{۴۸}{-(۳۶ + ۱۲)}}{-۴} = ۱۱$

$۰ >$ ضریب

$\longrightarrow R_f : (-\infty , ۱۲]$

ج) $\sqrt{x^۲ - ۴x - ۳}$

عرض سهمی $= \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{\overset{۲۸}{-(۱۶ + ۱۲)}}{۴} = -۷$

$R_f = \sqrt{[\cancel{-۷} , +\infty)} \longrightarrow R_f = [۰ , +\infty)$

②

د) $\sqrt{-x^۲+۴x}$ عرض اکسترمم $= \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-(۳۶)}{-۴} = ۹$

$R_f \sqrt{(-\infty, ۹]} \Rightarrow R_f = [۰, ۹]$

③

الف) $y = x^۳ - ۵x^۲ + ۲x + ۱ \xrightarrow{\text{توان همیشه فرد}} R_f = R$

ب) $y = x^۷ - ۴x^۲ + ۳x + ۲ \xrightarrow{\text{نکته بالا}} R_f = R$

ج) $\sqrt{x^۷ - ۴x^۲ + ۵x + ۱} \Rightarrow \sqrt{R} = [۰, +\infty) = R_f$

د) $(\underbrace{x^۵ - ۴x^۲ + ۳x + ۱}_{R})^۲ \rightarrow R_f = [۰, +\infty)$

④

الف) $y = \frac{۳x+۱}{x-۳}$ $R_f = R - \{۳\}$

ب) $y = \frac{۲x+۱}{x+۱}$ $R_f = R - \{۲\}$

⑤

الف) $\sqrt{\frac{۲x+۴}{x+۱}} = \sqrt{R - \{۲\}} = [۰, +\infty) - \{\sqrt{۲}\}$

ب) $\sqrt{\frac{۳x+۱}{-x+۲}} = \sqrt{R - \{-۳\}} = [۰, +\infty)$

⑥

$۲x-۳$

②

الف) $\frac{۲x-۳}{x+۱}$ مجانب قائم = -۱

افقی " = ۲

$x=۰$

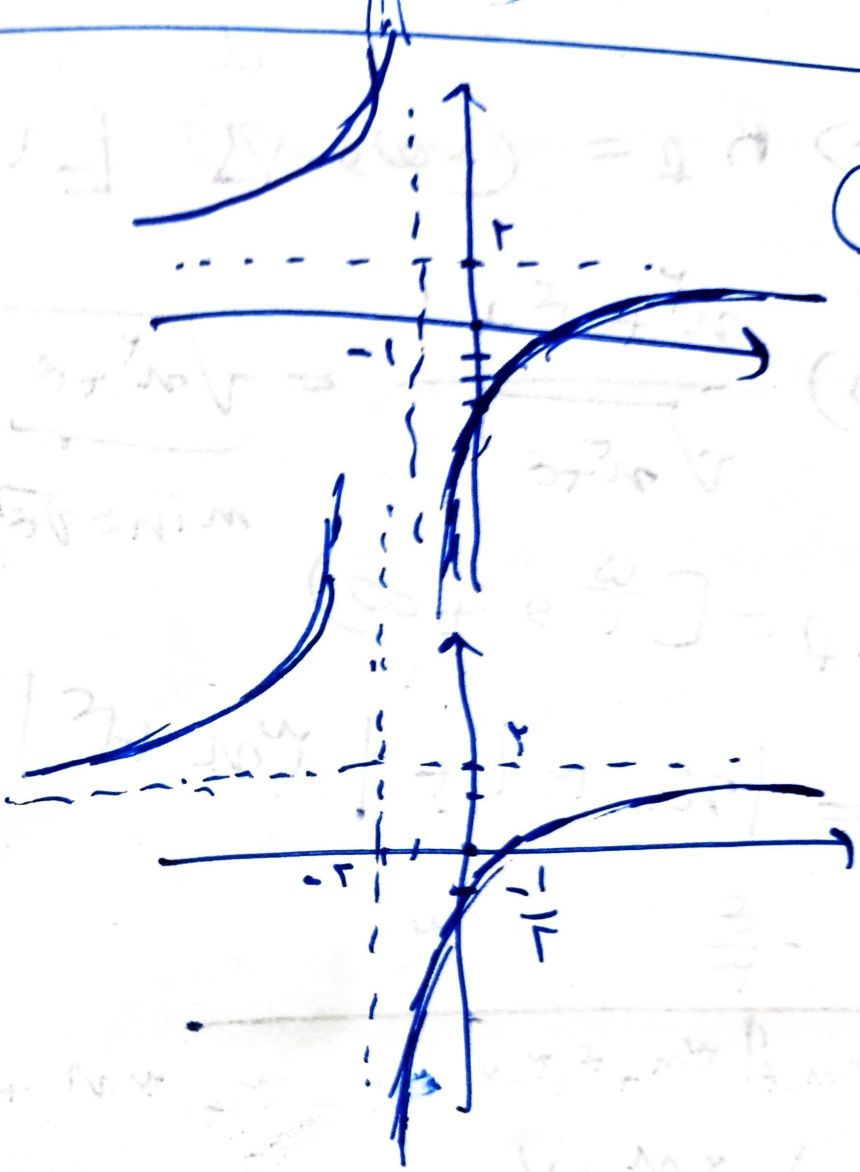
$\rightarrow -۳$

ب) $\frac{۲x-۱}{x+۲}$ مجانب قائم = -۲

افقی " = ۲

$x=۰$

$\rightarrow y=\frac{-۱}{۲}$



⑦

الف) $y=\sin x+\frac{۱}{\sin x}$ $R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ب) $y=\frac{x^۴+۱}{x^۲}=x^۲+\frac{۱}{x^۲}$ $R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ج) $y=\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۱}{\sqrt[۳]{x}}=\sqrt[۳]{x}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}}$ $R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

د) $y=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}}\to R_f=[۲,+\infty)$

⑧

الف) $x^۲+\frac{۱}{x^۲+۳}\to x^۲+۳+\frac{۱}{x^۲+۳}-۳$

$x^۲+\overset{\text{عبارت مثبت}}{۳}=a\xrightarrow{a>۰}a+\frac{۱}{a}\to a+\frac{۱}{a}\geq ۲\to a+\frac{۱}{a}-۳\geq -۱$

$\Rightarrow R_f=$ ~~$(-\infty,-۲]\cup$~~ $[-۱,+\infty)$

ب) $\frac{x^۲+۴+۱}{\sqrt{x^۲+۴}}=\underbrace{\sqrt{x^۲+۴}}_{min=\sqrt{۴}=۲}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۴}}\Rightarrow min=۲+\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۲}$

$R_f=[\frac{۵}{۲},+\infty)$

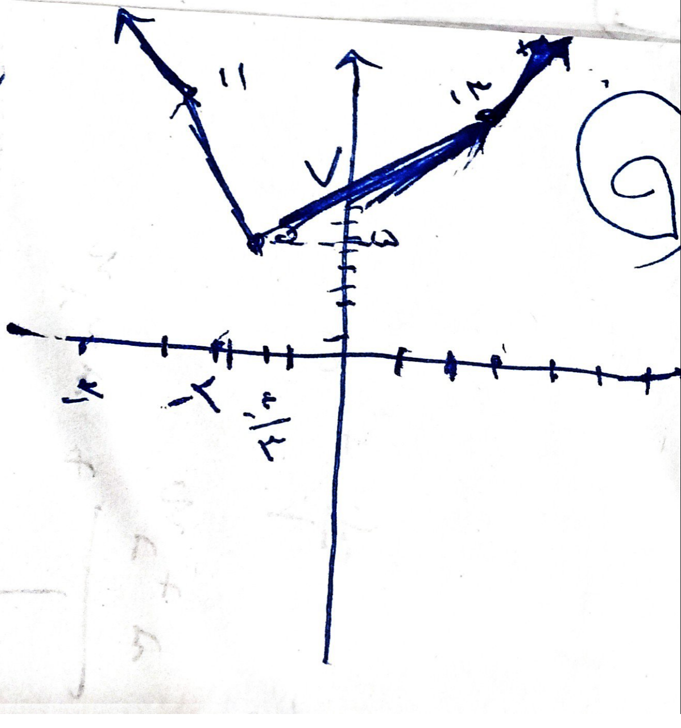
⑨

$y=|x-۳|+|۳x+۴|$

$-\frac{۴}{۳}$ ۳

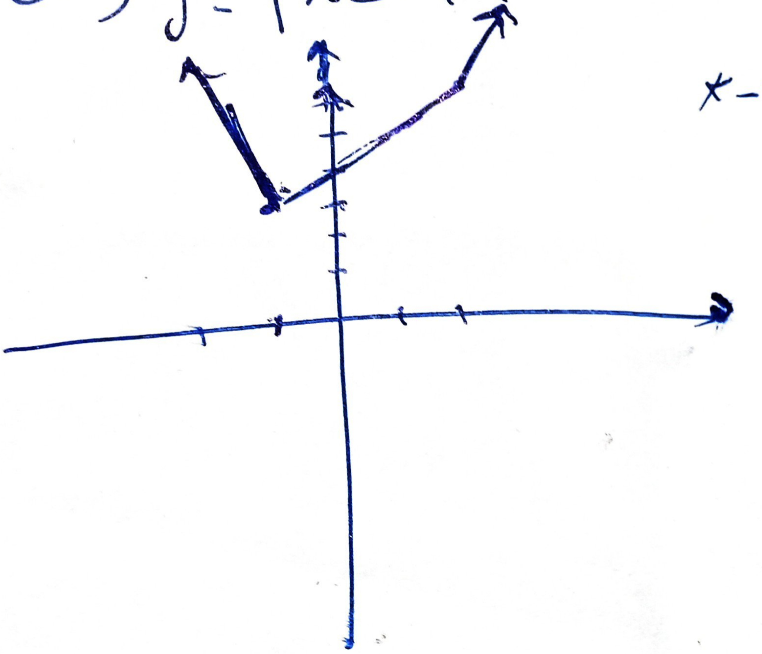
$۳-x-۳x-۴$ | $۳x+۴+۳-x$ | $x-۳+۳x+۴$

$=-۴x-۱$ $۲x+۷$ $=۴x+۱$



⑮

الف) $y = |x - ۲| + |۲x + ۲|$

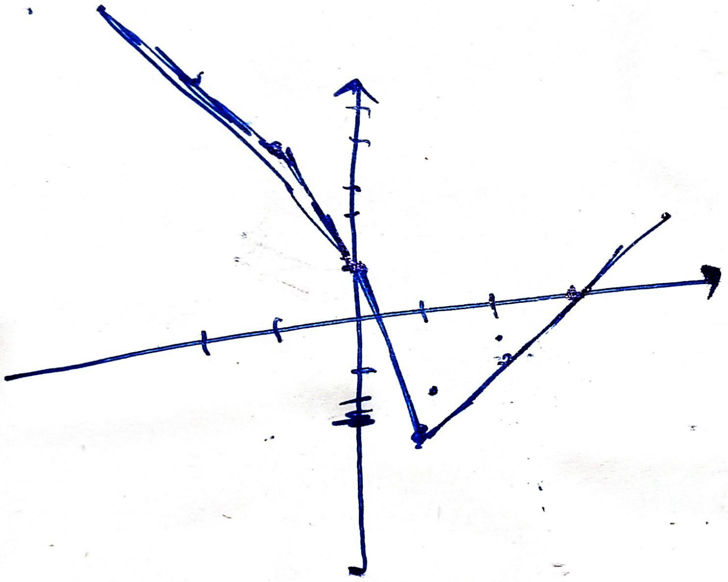


	-۱		۲	
$\cancel{۲} - x - ۲x - \cancel{۲}$		$۲ - x + ۲x + ۲$		$x - ۲ + ۲x + ۲$
$-۳x$		$x + ۴$		$۳x$

$R_f = [۳ , +\infty)$

ب) $|۲x - ۲| - |x + ۱|$

	-۱		۱	
$۲ - ۲x + x + ۱$		$۲ - ۲x - x - ۱$		$۲x - ۲ - x - ۱$
$-x + ۳$		$-۳x + ۱$		$x - ۳$



$R_f = [-۲ , +\infty)$