یازدهم دختر B — شماره تکلیف ۶ — ستوده مرادی

$y = x^3 - 3x^2 + 3x$

$x^3 - 3x^2 + 3x + 1 - 1 = (x-1)^3 + 1 = y$

$x - 1 = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} + 1$

$R_y = \mathbb{R$

ب) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x}$ 1

$yx^2 - 2xy = 1 \Rightarrow y(x^2 - 2x) = 1$

$x^2 - 2x = \dfrac{1}{y} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = \dfrac{1}{y} + 1$

$(x-1)^2 = \dfrac{1}{y} + 1 \Rightarrow x - 1 = \pm\sqrt{\dfrac{1+y}{y}} \rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{1+y}{y}} + 1$

$-1 \quad 0$

$R_y = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$

الف) $y = x^2 - 4x + 10$ $\quad R_{y_1} = [6, +\infty)$

$\min \begin{cases} x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ 4 - 8 + 10 = 6 \end{cases}$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3$ $\quad R_{y_2} = (-\infty, 12]$ 2

$\max \begin{cases} x = \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow \dfrac{-6}{-2} = 3 \\ -9 + 18 + 3 = 12 \end{cases}$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3}$ $\quad \sqrt{[-7, +\infty)}$ (منفی نمی‌تواند زیر رادیکال باشد)

$\min \begin{cases} x = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ 4 - 8 - 3 = -7 \end{cases}$ $\quad R_{y_3} = [0, +\infty)$

د) $y = \sqrt{6x - x^2} \Rightarrow \sqrt{-x^2 + 6x}$

$\max \begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{-2} = 3 \\ 18 - 9 = 9 \end{cases}$ $\quad \sqrt{(-\infty, 9]} \Rightarrow R_{y_4} = [0, 3]$

الف) $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$

$R_{y_1} = \mathbb{R}$

ب) $y = x^7 - 6x^4 + 3x + 2$

$R_{y_2} = \mathbb{R}$ 3

ج) $y = \sqrt{x^7 - 6x^3 + 5x + 1}$

$R_{y_3} = [0, +\infty)$

د) $y = (x^5 - 4x^3 + 2x + 1)^2$

$R_{y_4} = [0, +\infty)$

الف) $y = \dfrac{3x+1}{x-2} \Rightarrow \dfrac{ax+b}{cx+d}$

$R_{y_1} = \mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\}$

$\mathbb{R} - \{\frac{3}{1}\} \Rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$

$R_{y_2} = \mathbb{R} - \{2\}$ 4

الف) $y = \sqrt{\dfrac{2x+4}{x+1}}$ تابع هموگرافیک

$\sqrt{\mathbb{R} - \{2\}} \Rightarrow R_{y_1} = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$

ب) $y = \sqrt{\dfrac{3x+1}{2-x}} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{3x+1}{-x+2}}$

$\sqrt{\mathbb{R} - \{-3\}} \Rightarrow R_{y_2} = [0, +\infty)$ 5

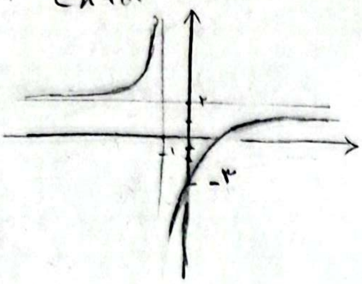
(نمودار رسم کنید) مجانب قائم ← ریشه مخرج   مجانب افقی $\frac{a}{c}$

الف) $y=\dfrac{2x-3}{x+1} \Rightarrow \dfrac{ax+b}{cx+d}$

$x+1=0 \to x=-1$

$\dfrac{a}{c} \Rightarrow \dfrac{2}{1}=2$

$x=0 \to y=-3$

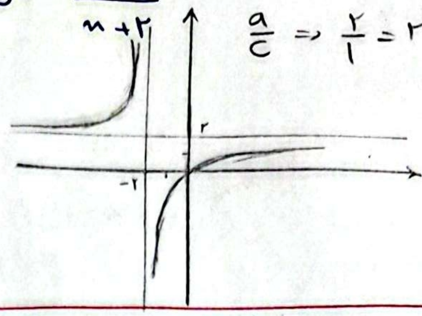


ب) $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$

$x+2=0 \to x=-2$

$\dfrac{a}{c} \Rightarrow \dfrac{2}{1}=2$

$x=0 \to y=-\frac{1}{2}$ 6



الف) $y=\sin x+\dfrac{1}{\sin x}$

$R_{y_1}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

ب) $y=\dfrac{x^4+1}{x^2} \Rightarrow x^2+\dfrac{1}{x^2}$

$R_{y_2}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$ 7

ج) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$

$R_{y_3}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

د) $y=\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$R_{y_4}=[2,+\infty)$

الف) $y=x^2+\dfrac{1}{x^2+3}+3-3$

$\underbrace{x^2+3}_{3}+\dfrac{1}{\underbrace{x^2+3}_{3}}-3 \Rightarrow$ کمترین مقدار $x^2+3=3$

$3+\dfrac{1}{3}-3 \Rightarrow \dfrac{1}{3}$

$R_{y_1}=[\frac{1}{3},+\infty)$

ب) $y=\dfrac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}} \Rightarrow \sqrt{x^2+4}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}$

کمترین مقدار $\sqrt{x^2+4} \Leftarrow 2$ 8

$2+\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{5}{2}$

$R_{y_2}=[\frac{5}{2},+\infty)$

به کمک چند ضابطه ای کردن رسم کنید.

$y=|x-3|+|3x+4|$

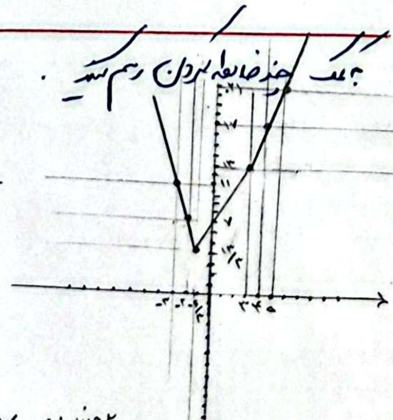
$x-3=0$, $x=3$ $3x+4=0$, $3x=-4$, $x=-\frac{4}{3}$

	$-\frac{4}{3}$		3	
$-x+3-3x-4$		$-x+3+3x+4$		$x-3+3x+4$
$-4x-1$	$\frac{13}{3}$	$2x+7$	13	$4x+1$

$-2 \to -4x-1 \Rightarrow 7$ $4 \to 4x+1 \Rightarrow 17$

$-3 \to -4x-1 \Rightarrow 11$ $5 \to 4x+1 \Rightarrow 21$ 9

$x=0 \Rightarrow y=7$ برخورد با محور $y=7$



الف) $y=|x-2|+|2x+2|$ $x=2$, $x=-1$

	-1		2	
$-x+2-2x-2$		$-x+2+2x+2$		$x-2+2x+2$
$-3x$	3	$x+4$	6	$3x$

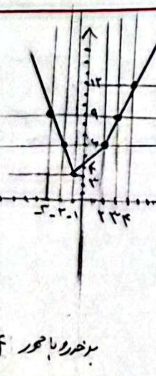
$-2 \to -3x \Rightarrow 6$ $3 \to 3x \Rightarrow 9$

$-3 \to -3x \Rightarrow 9$ $4 \to 3x \Rightarrow 12$

برخورد با محور $y=4$

$x=0 \Rightarrow y=4$

$R_{y_1}=[3,+\infty)$



ب) $y=|2x-2|-|x+1|$ $x=1$, $x=-1$

$2 \to x-3 \Rightarrow -1$

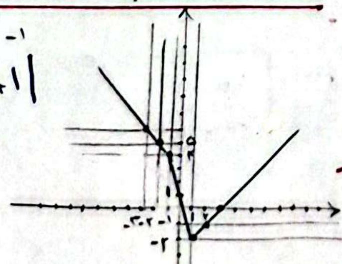
$3 \to x-3 \Rightarrow 0$

$-2 \to -x+3 \Rightarrow 5$

$-3 \to -x+3 \Rightarrow 6$

	-1		1	
$-2x+2+x+1$		$-2x+2-x-1$		$2x-2-x-1$
$-x+3$	4	$-3x+1$	-2	$x-3$

$R_{y_2}=[-2,+\infty)$



10

برخورد با محور $y=1$

$x=0 \Rightarrow y=1$