یلدا لطفی — گروه یازدهم دخترانه B — تکلیف شماره ۴

۱- الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x \xrightarrow{+1-1} y = (x-1)^3 + 1 \Rightarrow (x-1)^3 = y - 1$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{y-1} + 1 \overset{\text{خودبخود}}{\Rightarrow} R_y = \mathbb{R}$

ب) $y = \frac{1}{x^2-2x} \Rightarrow yx^2 - 2yx - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2+4y}}{2y} \longrightarrow y \neq 0$

$\Rightarrow 4y(y+1) \geq 0 \Rightarrow$ (جدول علامت: -1 ، 0 : $+ \; - \; +$) $\Rightarrow R = (-\infty,1] \cup (0,+\infty)$

۲- الف) $y = x^2 - 4x + 10 \longrightarrow \min: \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ ، $4 - 8 + 10 = 6 \Rightarrow R_y = [6,+\infty)$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3 \longrightarrow \max: \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3$ ، $-9 + 18 + 3 = 12 \Rightarrow R_y = (-\infty,12]$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3} \longrightarrow \min: \frac{-b}{2a} = 2$ ، $4 - 8 - 3 = -7 \Rightarrow R = \sqrt{[-7,+\infty)} = [0,+\infty)$

د) $y = \sqrt{6x - x^2} \longrightarrow \max: \frac{-b}{2a} = 3$ ، $18 - 9 = 9 \Rightarrow R = \sqrt{(-\infty,9]} = [0,3]$

۳- الف) $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1 \longrightarrow R_y = \mathbb{R}$ ب) $y = x^7 - 6x^4 + 3x + 2 \longrightarrow R_y = \mathbb{R}$

ج) $y = \sqrt{x^7 - 4x^2 + 5x + 1} \longrightarrow R = \sqrt{\mathbb{R}} = [0,+\infty)$ د) $y = (x^5 - 4x^2 + 3x + 1)^2 \Rightarrow R_y = \mathbb{R}^2 \Rightarrow [0,+\infty)$

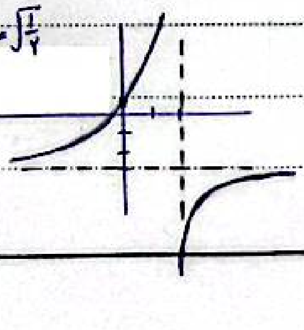
۴- الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \longrightarrow R_y = \mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\} = \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $y = \frac{2x+1}{x+1} \longrightarrow R_y = \mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\} = \mathbb{R} - \{2\}$

۵- الف) $y = \sqrt{\frac{2x+4}{x+1}} \longrightarrow R_y = \sqrt{\mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\}} = [0,+\infty) - \{\sqrt{2}\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{3x+1}{-x+2}} \Rightarrow$

$x = 0 \rightarrow y = \sqrt{\frac{1}{2}}$



$\Rightarrow R_y = [0,+\infty)$

مجانب قائم: ریشه مخرج
مجانب افقی: $\frac{a}{c}$

Subject:
Date

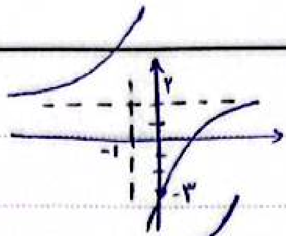
۶- مجانب قائم = ریشه مخرج (م.ق)

مجانب افقی = $\frac{a}{c}$ (م.ا)

$x=0 \rightarrow -3$

الف) $y=\frac{2x-3}{x+1} \longrightarrow$ م.ق $, -1$

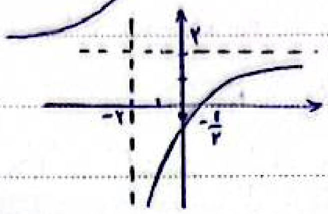
م.ا $, 2$



$x=0 \rightarrow -\frac{1}{2}$

ب) $y=\frac{2x-1}{x+2} \longrightarrow$ م.ق $, -2$

م.ا $, 2$



۷- الف) $\sin x+\frac{1}{\sin x} \xrightarrow{\sin, +2-} (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

ب) $\frac{x^4+1}{x^3}=x^3+\frac{1}{x^3} \xrightarrow{-2+} (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

ج) $\frac{\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[3]{x}}=\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \xrightarrow{-2+} (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

د) $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}} \xrightarrow{+2\ \text{فقط}} [2,+\infty)$

۸- الف) $y=x^2+\frac{1}{x^2+3} \xrightarrow{+3-3} (x^2+3+\frac{1}{x^2+3})-3 \Rightarrow [\frac{1}{3},+\infty)$

$\min(x^2+3)=3$ ، $[3+\frac{1}{3},+\infty)$

ب) $\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}=\sqrt{x^2+4}+\frac{1}{\sqrt{x^2+4}} \xrightarrow[\text{(+) شود}]{\text{نمی‌تواند } a \ 1} \min(x^2+4)=4 \Rightarrow y=\sqrt{4}+\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{5}{2}$

$\Rightarrow R_y=[\frac{5}{2},+\infty)$

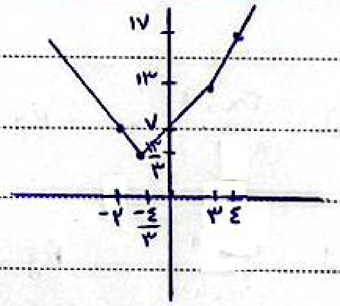
۹- $y=|x-3|+|3x+4|$ $\Rightarrow$

$-\frac{4}{3}$		3	
$3-x-4-3x$	$3-x+3x+4$	$x-3+3x+4$	
$-4x-1$ ($\frac{13}{3}$)	$2x+7$	(13) $4x+1$	

$4+\frac{1}{3}$

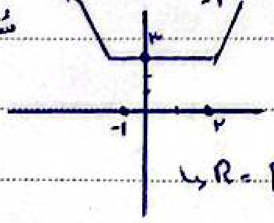
if $x=4 \longrightarrow y=17$

if $x=-2 \longrightarrow y=7$



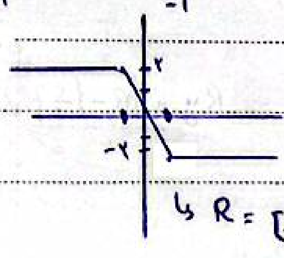
۱۰- الف) $y=|x-2|+|2x+2|$ (تابع ظرفی)

شیب $-2x$ ، شیب $2x$



$R_y=[3,+\infty)$

ب) $y=|2x-2|-|x+1|$ (تابع آبشاری)



$R_y=[-2,+2]$

PAPCO