۲۰

نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۶ کلاس [illegible] B

۱

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x$

$(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$y = (x-1)^3 + 1$

$y - 1 = (x-1)^3$

$x - 1 = \sqrt[3]{y-1}$

$x = \sqrt[3]{y-1} + 1 \rightarrow \boxed{R_f = \mathbb{R}}$

ب) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x}$

$yx^2 - 2xy = 1$

$yx^2 - 2xy - 1 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4y}}{2}$

$\Delta \geq 0 \Rightarrow 4y^2 + 4y \geq 0$

$4y(y+1) \geq 0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 0 & \\ + & & - & & + \end{array}$

$\boxed{R_f = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)}$

۵

۲

الف) $y = x^2 - 4x + 10$

$\min = \dfrac{\Delta}{-4a} = \dfrac{16 - 40}{-4} = \dfrac{-24}{-4} = 6$

$\boxed{R_f = [6, +\infty)}$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3$ $\quad \max = \dfrac{\Delta}{-4a} = \dfrac{36 + 12}{4} = \dfrac{48}{4} \rightarrow 12$

$\boxed{R_f = (-\infty, 12]}$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3} =$

$\min = \dfrac{\Delta}{-4a} = \dfrac{16 + 12}{-4} = \dfrac{28}{-4} = -7$

$[-7, +\infty) \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}} \boxed{R_f = [0, +\infty)}$

د) $y = \sqrt{6x - x^2}$ $\quad \max = \dfrac{\Delta}{-4a} = \dfrac{36}{4} = 9$

$(-\infty, 9] \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}} \boxed{R_f = [0, 3]}$

۵

۳

الف) $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$

$\boxed{R_f = \mathbb{R}}$

ب) $y = x^7 - 6x^4 + 3x + 2$

$\boxed{R_f = \mathbb{R}}$

ج) $y = \sqrt{x^7 - 6x^2 + 5x + 1}$

$\mathbb{R} \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}} \boxed{[0, +\infty)}$

د) $y = (x^5 - 4x^2 + 3x + 1)^{②}$ ← قطعاً مثبت می‌تواند باشد

$\boxed{R_f = [0, +\infty)}$

۵

۴

الف) $y = \dfrac{3x+1}{x-2} \xrightarrow{\text{هموگرافیک}} R_f = \mathbb{R} - \{3\}$

یا → $yx - 2y = 3x + 1$

$yx - 3x = 2y + 1$

$x(y-3) = 2y + 1 \Rightarrow x = \dfrac{2y+1}{y-3}$

یا $\boxed{R_f = \mathbb{R} - \{3\}}$

ب) $y = \dfrac{2x+1}{x+1} \xrightarrow{\text{هموگرافیک}} \mathbb{R} - \{2\}$

یا $yx + y = 2x + 1 \Rightarrow x(y-2) = 1 - y$

$x = \dfrac{1-y}{y-2} \Rightarrow \boxed{R_f = \mathbb{R} - \{2\}}$

۵

۵

الف) $y = \sqrt{\dfrac{2x+4}{x+1}}$

$yx + y = 2x + 4$

$x(y-2) = 4 - y$

$x = \dfrac{4-y}{y-2} \longrightarrow \mathbb{R} - \{2\} \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}}$ $\quad R_f = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$

یا $\xrightarrow{\text{هموگرافیک}} \mathbb{R} - \{2\}$

$\downarrow$ رادیکال

$\boxed{[0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}}$

ب) $y = \sqrt{\dfrac{3x+1}{2-x}}$ $\quad \mathbb{R} - \{-3\}$

$\downarrow$ رادیکال

$\boxed{R_f = [0, +\infty)}$

۵

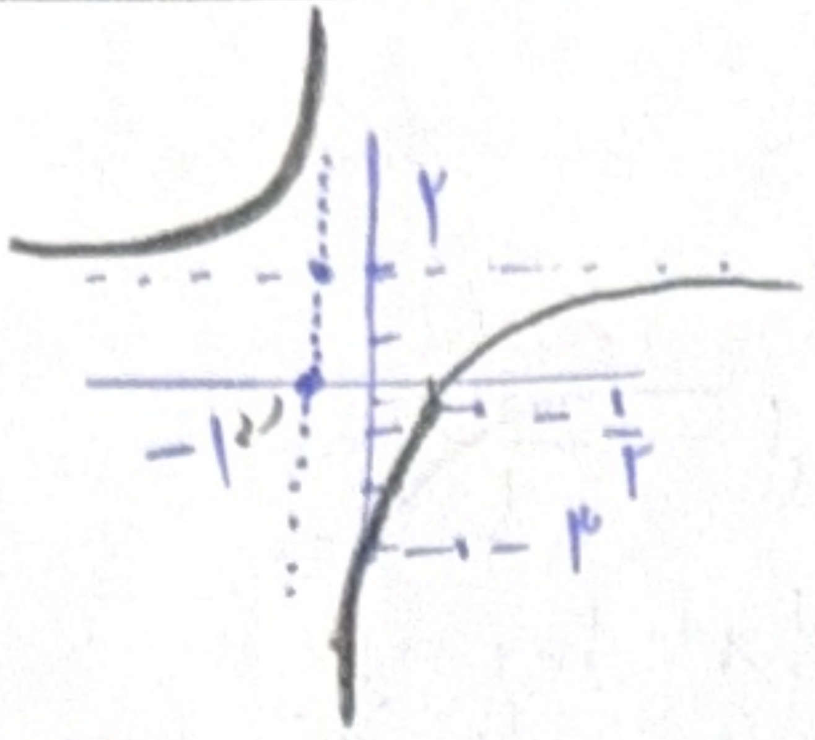
الف) $y=\frac{۲x-۳}{x+۱}$

مجانب قائم → -۱

مجانب افقی → $\frac{۲}{۱}=۲$

$if\ x=۰ \Rightarrow y=\frac{-۳}{۱}=-۳$

$if\ x=۱ \Rightarrow \frac{۲-۳}{۱+۱}=\frac{-۱}{۲}$

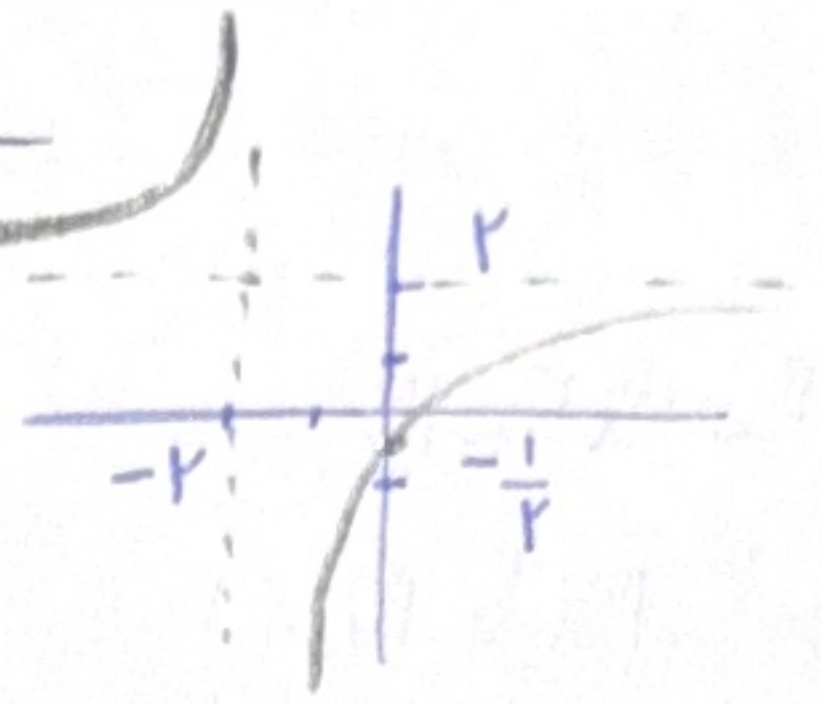


ب) $y=\frac{۲x-۱}{x+۲}$

قائم $=-۲$

افقی $=۲$

$if\ x=۰ \Rightarrow y=\frac{-۱}{۲}$



۶

الف) $y=\sin x+\frac{۱}{\sin x} \Rightarrow R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ⓐ ۲ +۲ −

ب) $y=\frac{x^۴+۱}{x^۲} \to y=x^۲+\frac{۱}{x^۲}$

$R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ج) $y=\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۱}{\sqrt[۳]{x}} \to \sqrt[۳]{x}+\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} \to R_f=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

د) $y=\sqrt{x}+\frac{۱}{\sqrt{x}} \to R_f=[۲,+\infty)$

۲ ، مثبت +

۷

الف) $y=x^۲+\frac{۱}{x^۲+۳}=$

$x^۲+\frac{۱}{x^۲+۳}+۳-۳ \to x^۲+۳+\frac{۱}{x^۲+۳} \; -۳$

+ مثبت

$min \xrightarrow{if} x=۰ \quad ۳+\frac{۱}{۳}=\frac{۱۰}{۳}$

$\frac{۱۰}{۳}-۳=\frac{۱۰-۹}{۳}=\frac{۱}{۳}$

$R_f=[\frac{۱}{۳},+\infty)$

درنتیجه ← min مقدار

ب) $y=\frac{x^۲+۵}{\sqrt{x^۲+۴}} \to \frac{x^۲+۴+۱}{\sqrt{x^۲+۴}}$

$y=\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۴}}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۴}}$

$y=\sqrt{x^۲+۴}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۴}}$ + فقط

$min \xrightarrow{if\ x=۰} y=\sqrt{۴}+\frac{۱}{\sqrt{۴}}=۲+\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۲} \Rightarrow R_f=[\frac{۵}{۲},+\infty)$

۸

$y=|x-۳|+|۳x+۴|$

۳    $-\frac{۴}{۳}$

$-\frac{۴}{۳}$ ۳

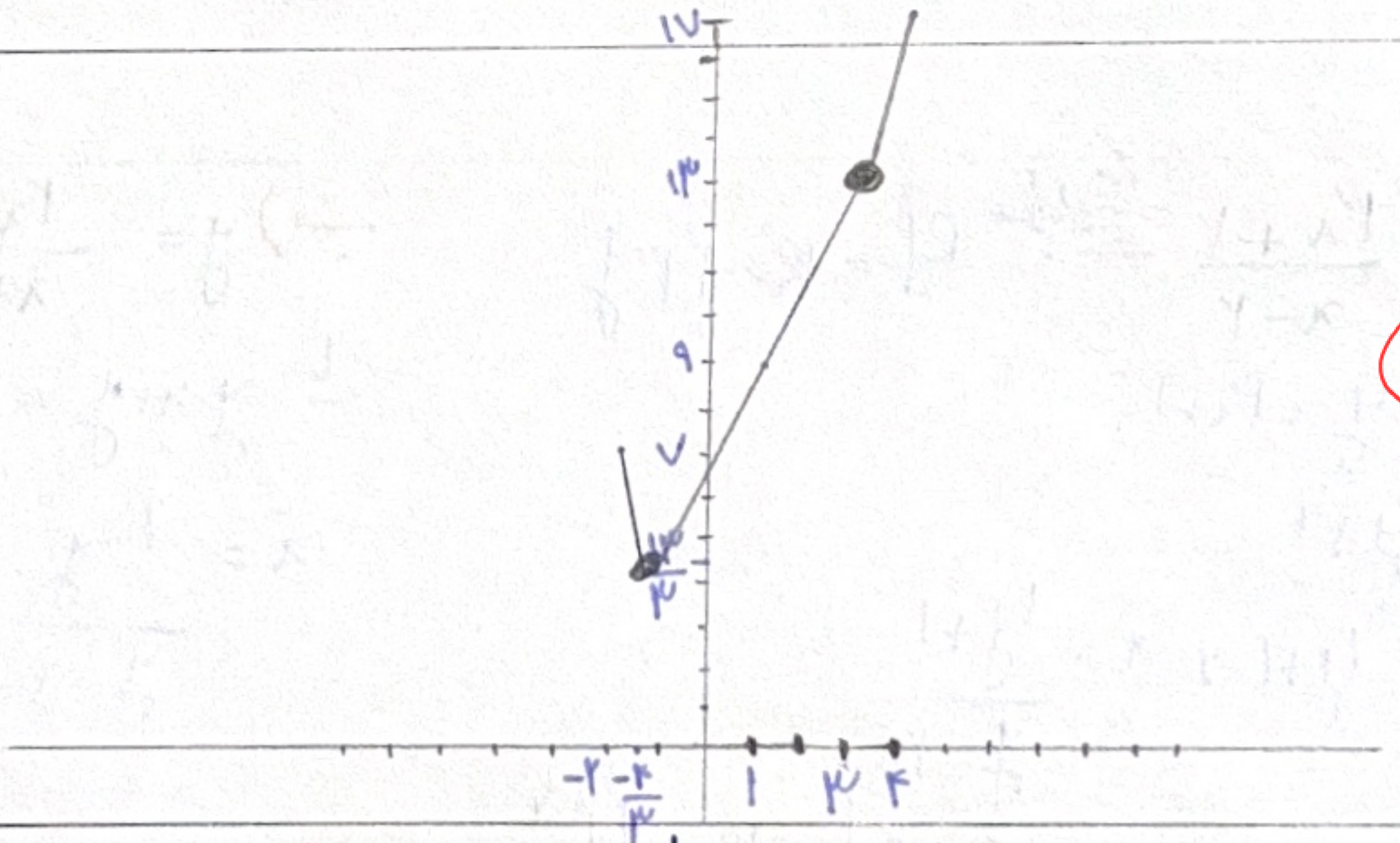
$-x+۳-۳x-۴$ $-x+۳+۳x+۴$ $x-۳+۳x+۴$

$-۴x-۱$ $\frac{۱۳}{۳}$ $۲x+۷$ (۱۳) $۴x+۱$

$if\ x=-۱$ $y=۷$

$if\ x=۱$ $y=۹$

$if\ x=۴ \to y=۱۷$



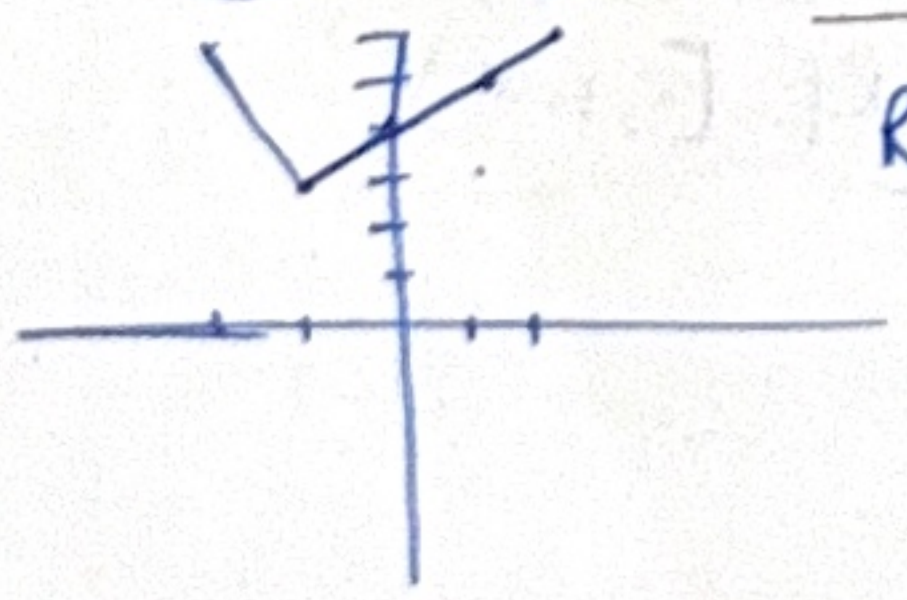
۹

الف) $y=|x-۲|+|۲x+۲|$

②   (−۱)

−۱   ۲

$-۳x$ ③ $x+۴$ ⑥ $۳x$



$R_f=[۳,+\infty)$

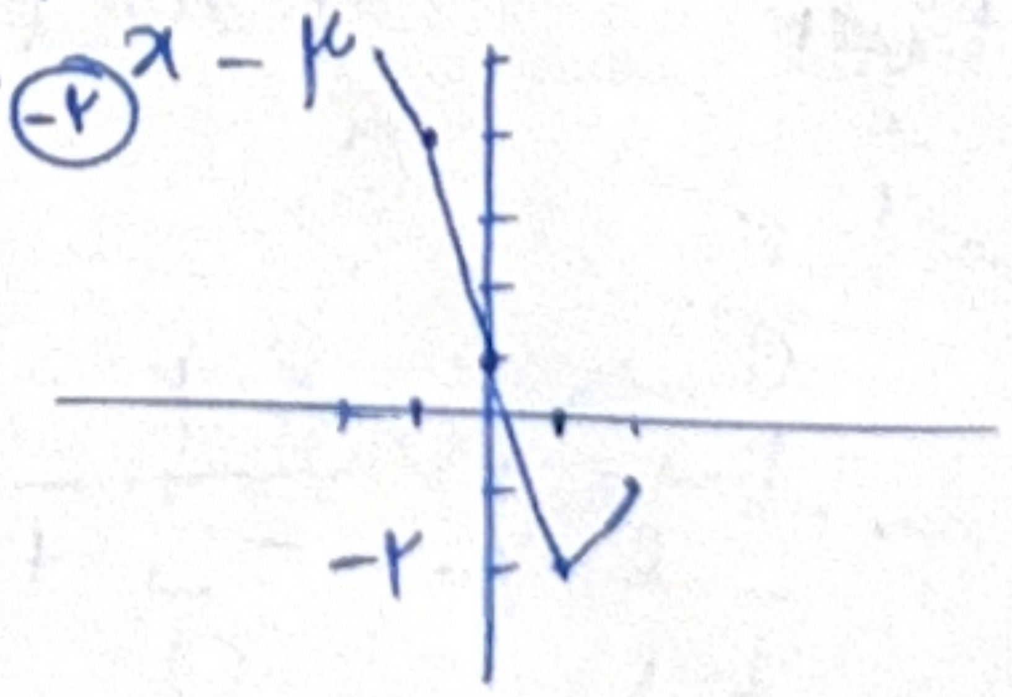
ب) $y=|۲x-۲|-|x+۱|$

①   (−۱)

−۱   ۱

$-x+۳$ ④ $-۳x+۱$ (−۲) $x-۳$

$R_f=[-۲,+\infty)$



۱۰