نام و نام خانوادگی ...... الینا علی بناری ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۵ ...... کلاس یازدهم تجربی B ......

۱

$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 1 \;\rightarrow\; f(x+1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1$

دامنه $\rightarrow y = \sqrt{x^3 f(x+1)} \rightarrow y = \sqrt{x^3\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1\right)}$

$y = \sqrt{x^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - x^3} \rightarrow x^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - x^3 \geq 0 \rightarrow x^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq x^3$

$x>0 \leftarrow x^3>0$ اگر $\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq 1 \rightarrow x \leq 1 \xrightarrow{x>0 \,\cup\, x\leq 1} 0<x\leq 1$

$x<0 \leftarrow x^3<0$ اگر $\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \leq 1 \rightarrow x \geq 1 \xrightarrow{x<0 \,\cup\, x\geq 1}$ اشتراکی ندارند

$\boxed{D_g = (0, 1]}$

۲

$f(x) = \sqrt{x + |x+2|}$ دامنه $f(-x) = \sqrt{-x + |-x+2|} \rightarrow$

$-x-x+2$	$-x+x-2$
$-2x+2$	$= -2$

زیر رادیکال تعریف نشده

$-2x+2 \geq 0$

$2(-x+1) \geq 0 \rightarrow$ ریشه: 1

$\underset{+ \quad 0 \quad -}{1} \rightarrow \boxed{D_f = (-\infty, 1]}$

۳

دامنه $y = \sqrt{\frac{x-1}{f(x)}}$ ریشه‌ها: $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

$D(f) = [-5, 3]$ ریشه‌های کسر: $x = 3, 2, -4$

$\underset{- \; + \; 0 \; - \; + \; -}{-4 \quad 1 \quad 2 \quad 3} \rightarrow (3, 2) \cup (-4, 1]$

زیرا دو دامنه $f(x)$ نیست

$[-5, 3] \cap (3, 2) \cup (-4, 1] \rightarrow \boxed{D_g = (3, 2) \cup (-4, 1]}$

۴

دامنه $y_1 = \frac{1}{9x^4 - 7x^2 - 4x - 3}$ ماهیتا با دامنه $y_2 = \frac{1}{3x^2 + ax + b}$، $\sqrt{-(a+b)}$?

دامنه $= \mathbb{R} - \{$ریشه‌های مخرج$\}$ ، دامنه $= \mathbb{R} - \{$ریشه‌های مخرج$\}$

$9x^4 - 7x^2 - 4x - 3 \;\big|\; 3x^2 + ax + b$

$9x^4 - 3ax^3 - 3bx^2 \;\big|\; 3x^2 - ax + K$

$-3ax^3 + (\ldots)x^2 - 4x - 3$

$+3ax^3 + a^2x^2 + abx$

$(a^2 - 7 - 3b)x^2 + (ab - 4)x - 3$

$-3Kx^2 - aKx - bK$

باقیمانده $= 0$

$$\left\{\begin{array}{l} -3 = bK \rightarrow b = -\frac{3}{K} \\ ab - 4 = aK \Rightarrow a = \frac{-4K}{K^2+3} \\ a^2 - 7 - 3b = 3K \end{array}\right.$$

$\frac{16K^2}{K^4 + 6K^2 + 9} + \frac{9}{K} - 7 - 3K = 0 \times K^5 + 6K^3 + 9K \rightarrow -3K^6 - 7K^5 - 9K^4 - 26K^3 + 27K^2 - 63K + 81 = 0 \rightarrow$ بخش‌پذیر $(K-1)$ پس یک جواب $0 = $

$K = 1 \rightarrow \boxed{b = -3}, \boxed{a = -1} \rightarrow \sqrt{-(a+b)} = 2$

۵

$f(x) = x^3 + x$ دامنه $y = \sqrt{f(x) - f\left(\frac{4}{x}\right)}$

$y = \sqrt{x^3 + x - \frac{64}{x^3} - \frac{4}{x}}$

$y = \sqrt{\frac{1}{x^3}(x^6 - 64) + \frac{1}{x}(x^2 - 4)}$

$y = \sqrt{\frac{1}{x^3}(x^2-4)(x^4+16+4x^2) + \frac{1}{x}(x^2-4)}$

$y = \sqrt{\frac{1}{x}(x^2-4)\left(\frac{1}{x^2}(x^4+16+4x^2) + 1\right)}$

$y = \sqrt{\frac{1}{x}\underbrace{(x^2-4)}_{(x-2)(x+2)}\underbrace{\left(x^2 + \frac{16}{x^2} + 5\right)}_{\text{همواره مثبت}}} \rightarrow \underset{- \; 0 \; + \; | \; - \; 0 \; +}{-2 \quad 0 \quad 2}$

$\boxed{D_g = [-2, 0) \cup [2, +\infty)}$

$f(x^۳+x) = ۲x^۲-۱$ ۶

$f(۲)+f(۱۰)$?

$x^۳+x=۲ \to x=۱ \to f(۲) = ۲-۱ = ۱$

$x^۳+x=۱۰ \to x=۲ \to f(۱۰) = ۸-۱ = ۷$

$\to f(۲)+f(۱۰) = ۱+۷ = ۸$

$f(x) = x^۳-۶x^۲+۱۲x \qquad g(x) = x^۳+۹x^۲+۲۷x \qquad \dfrac{g(\sqrt[۳]{۷}-۳)}{f(\sqrt[۳]{۲}+۲)}$? ۷

$f(x) = x^۳-۶x^۲+۱۲x-۸+۸$

$f(x) = (x-۲)^۳+۸$

$g(x) = x^۳+۹x^۲+۲۷x+۲۷-۲۷$

$g(x) = (x+۳)^۳-۲۷$

$$\frac{g(\sqrt[۳]{۷}+۳)}{f(\sqrt[۳]{۲}+۲)} = \frac{(\sqrt[۳]{۷}-۳+۳)^۳-۲۷}{(\sqrt[۳]{۲}-۲+۲)^۳+۸} = \frac{۷-۲۷}{۲+۸} = -۲$$

$f(x) = \sqrt{x+۴\sqrt{x-۴}} \qquad g(x) = \sqrt{x-۴\sqrt{x-۴}} \qquad x \geq ۴$ ۸

$f(x)+g(x) = a+b\sqrt{x+c} = \sqrt{x-۴}+۲+\sqrt{x-۴}-۲ = ۲\sqrt{x-۴} \to a=۰,\ b=۲,\ c=-۴$

$f(x) = \sqrt{x-۴+۴\sqrt{x-۴}+۴} = \sqrt{(\sqrt{x-۴}+۲)^۲} = \sqrt{x-۴}+۲$

$g(x) = \sqrt{x-۴-۴\sqrt{x-۴}+۴} = \sqrt{(\sqrt{x-۴}-۲)^۲} = \sqrt{x-۴}-۲$

$$\frac{a+b}{c} = \frac{۰+۲}{-۴} = -\frac{۱}{۲}$$

$f(x) = \dfrac{x+۳}{x^۲-۴x+۳}$, $g(x) = \{(۲,۱),(۱,۰),(۳,۵),(۰,۴)\}$ $\qquad \dfrac{g}{f}$ ۹

$(x-۱)(x-۳) \to D_f = \mathbb{R}-\{۱,۳\}$

$$\frac{g}{f} = \left\{\left(۲, \frac{۱}{-۵}\right), \left(۰, \frac{۴}{\frac{۳}{۳}}\right)\right\} = \left\{\left(۲, -\frac{۱}{۵}\right), (۰, ۴)\right\}$$

$$\frac{۴}{۴-۸+۳} \quad -۱$$

الف) $f(۲x)$: $۲x=۱ \to x=\frac{۱}{۲}$, $۲x=۴ \to x=۲$; $۲x=۳ \to x=\frac{۳}{۲}$, $۲x=-۱ \to x=-\frac{۱}{۲}$ $\to f(۲x) = \{(\frac{۱}{۲},۲),(\frac{۳}{۲},-۱),(۲,۳),(-\frac{۱}{۲},۶)\}$ ۱۰

ب) $f(x^۲)$: $x^۲=۱ \to x=\pm۱$, $x^۲=۴ \to x=\pm۲$; $x^۲=۳ \to x=\pm\sqrt{۳}$, $x^۲=-۱$ ✗ $\to f(x^۲) = \{(۱,۲),(-۱,۲),(\sqrt{۳},-۱),(-\sqrt{۳},-۱),(۲,۳),(-۲,۳)\}$

ج) $۲g^۲(x)+۱ = \{(-۲, ۲\times۳^۲+۱),(۱, ۲\times۱^۲+۱),(۳, ۲\times۲^۲+۱),(-۱, ۲\times۰^۲+۱)\}$

$= \{(-۲,۱۹),(۱,۳),(۳,۹),(-۱,۱)\}$

د) $\dfrac{۲f}{g} = \left\{\left(۱, \frac{۴}{-۱}\right),\left(۳, \frac{-۲}{۲}\right),\cancel{\left(-۱, \frac{۱۲}{۰}\right)}\right\} = \{(۱,-۴),(۳,-۱)\}$