فاطمه فروتن　　　تکلیف ها　　　یازدهم دفتر B

①

$y = \sqrt{x^۳ f(x+۱)}$

$f(x+۱) \to$ همواره مثبت چون عدد $\frac{۱}{۲}$ به توان می رسد ①

$x^۳ \to$ ②

$\begin{array}{ccc} & ۰ & \\ - & | & + \end{array}$

$۱ و ۲ \to D_f = [۰, +\infty)$

---

②

$f(x) = \sqrt{-x + |-x+۲|}$

$-x + |-x+۲| \geq ۰$

$|-x+۲| \geq x$

$-x+۲ \geq x$　　$۱ \geq x$

$-x+۲ \leq -x$　　غیرممکن

$D_f = (-\infty, ۱]$

---

③

$y = \sqrt{\dfrac{x-۱}{f(x)}}$

$\dfrac{x-۱}{f(x)} \geq ۰$

ریشه ها $-۴، ۲$

$\begin{array}{ccccccccc} & -۴ & & ۱ & & ۲ & & ۳ & \\ - & | & + & | & - & | & + & | & \end{array}$

$D_f = (-۴, ۱] \cup (۲, ۳)$

---

④

$۹x^۴ - ۶x^۳ - x^۲ - ۴x - ۴ + ۱ \to (۳x^۲-۱)^۲ - (x+۲)^۲ \neq ۰ \to$

$۳x^۲ - ۱ = x + ۲ \to ۳x^۲ - x - ۳ = ۰$

$۳x^۲ - x - ۳ = ۳x^۲ + ax + b \to a = -۱$
$b = -۳$

$\sqrt{-(a+b)} = \sqrt{۴} = ۲$

---

⑤

$y = \sqrt{f(x) - f(\frac{۴}{x})} \Rightarrow y = \sqrt{x^۳ + x - (\frac{۴}{x})^۳ - \frac{۴}{x}} \to x^۳ + x - (\frac{۴}{x})^۳ - \frac{۴}{x} \geq ۰$

$y = \sqrt{\frac{۱}{x^۳}(x^۶ - ۶۴) + \frac{۱}{x}(x^۲ - ۴)}$

$y = \sqrt{\frac{۱}{x^۳}(x^۲-۴)(x^۴+۱۶+۴x^۲) + \frac{۱}{x}(x^۲-۴)}$

$y = \sqrt{\frac{۱}{x}(x^۲-۴)\left(\frac{۱}{x^۲}(x^۴+۱۶+۴x^۲)+۱\right)}$

$y = \sqrt{\frac{۱}{x}\underbrace{(x^۲-۴)}_{(x-۲)(x+۲)}\underbrace{(x^۲+\frac{۱۶}{x^۲}+۵)}_{\text{همواره مثبت}}}$

$\begin{array}{ccccccc} & -۲ & & ۰ & & ۲ & \\ - & | & + & | & - & | & + \end{array}$

$D_f = [-۲, ۰) \cup (۲, +\infty)$

---

⑥

$x = ۲$　　$f(۸+۲) = ۲ \times ۴ - ۱ = ۷$

$x = ۱$　　$f(۱+۱) = ۲ \times ۱ - ۱ = ۱$

$f(۲) + f(۱۰) = ۸$

$f(x) = x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x = (x-۲)^۳ + ۸ \quad f(\sqrt[۳]{۲}+۲) = ۲ + ۸ = ۱۰$ ⑦

$g(x) = x^۳ + ۹x^۲ + ۲۷x = (x+۳)^۳ - ۲۷ \quad f(\sqrt[۳]{۷}-۳) = ۷ - ۲۷ = -۲۰$

$\frac{g}{f} = \frac{-۲۰}{۱۰} = -۲$

$f(x) = \sqrt{x + ۴\sqrt{x-۴}} = \sqrt{(x-۴) + ۴\sqrt{x-۴} + ۴} = \sqrt{(\sqrt{x-۴}+۲)^۲}$ ⑧

$g(x) = \sqrt{x - ۴\sqrt{x-۴}} = \sqrt{(x-۴) - ۴\sqrt{x-۴} + ۴} = \sqrt{(\sqrt{x-۴}-۲)^۲}$

$f(x) + g(x) = |\sqrt{x-۴}+۲| + |\sqrt{x-۴}-۲| \longrightarrow ۸ \geq x \geq ۴ \rightarrow$ پرانتز دوم منفی

$\searrow \quad x > ۸ \rightarrow$ پرانتز دوم مثبت

$۸ > x \geq ۴ \rightarrow \sqrt{x-۴} + ۲ + ۲ - \sqrt{x-۴} = ۴$

$x > ۸ \rightarrow \sqrt{x-۴} + ۲ + \sqrt{x-۴} - ۲ = ۲\sqrt{x-۴}$

$a + b\sqrt{x+c} \qquad a+b = ۲ \quad c = -۴ \qquad \frac{a+b}{c} = \frac{۲}{-۴} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

برای x های g ، $f(x)$ را حساب کنیم $\rightarrow f(x) = \{(۲, -۴), (۰, \frac{۲}{۳})\} \rightarrow$ به ازای $x = ۱ , ۳$ تعریف نمی‌شود چون ریشه‌های مخرجند ⑨

$\frac{g}{f} = \{(۲, -\frac{۱}{۴}), (۰, ۶)\}$

الف) $f(۲x) = \{(\frac{۱}{۲}, ۲), (\frac{۳}{۲}, -۱), (۲, ۲), (-\frac{۱}{۲}, ۶)\}$ ⑩

ب) $f(x^۲) = \{(\pm۱, ۲), (\pm\sqrt{۳}, -۱), (\pm۲, ۲)\}$

ج) $۲g^۲(x) + ۱ = \{(-۲, ۱۹), (۱, ۳), (۳, ۱۹), (-۱, ۱)\}$

د) $\frac{۲f}{g} = \{$ [illegible]

$\{(۱, -۴), (۳, -۱)\}$