یازدهم دفتر B

«مبینا شریفی»

مبینا شریفی

Subject

Date

اگر $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}+1$ باشد دامنه‌ی تعریف $\sqrt{x^3 f(x+1)}$ را بدست آورید

$x^3 f(x+1)\geq 0 \qquad x^3\left(\frac{1}{2}^{x-1}-1\right)\geq 0$

حالت اول $x^3\geq 0$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 0$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}\geq 1=\left(\frac{1}{2}\right)^{0}$

$x-1\leq 0 \qquad x\leq 1 \longrightarrow \boxed{[0,1]}$

حالت دوم $x^3\leq 0$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}-1\leq 0 \qquad x\leq 0$ و $x\geq 1$ ✗

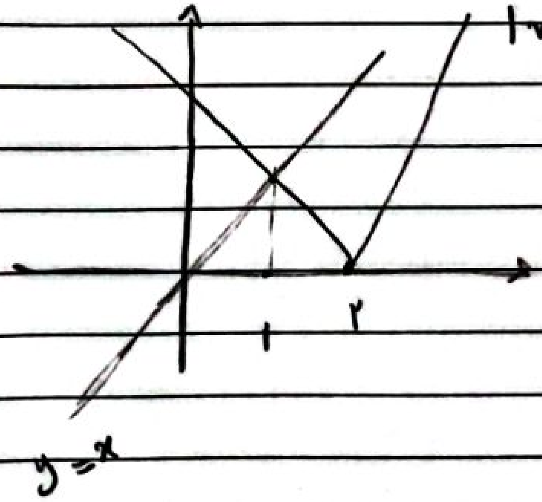
۲- اگر $f(x)=\sqrt{x+|x+2|}$ باشد دامنه‌ی تابع $f(-x)$ را بدست آورید

$f(-x)=\sqrt{-x+|-x+2|} \Rightarrow -x+|-x+2|\geq 0$

$\rightarrow x\geq 2$ و $f(-x)=-x+x-2\geq 0$ ✗ $\qquad x\leq 2\rightarrow f(-x)=-x-x+2$

$-2x+2\geq 0$

$x\leq 1$




برای $1\geq x$ نمودار قدرمطلق بالاتر است

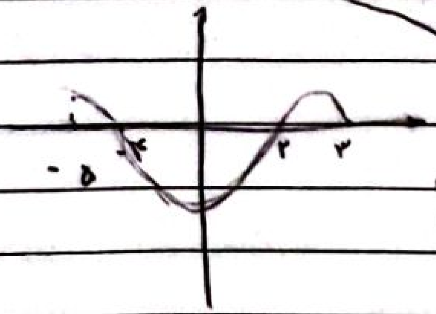
پس $D_{f(-x)}=(-\infty,1]$

Subject, Date

۳. اگر نمودار f به شکل مقابل باشد دامنه ی $y=\sqrt{\frac{x-1}{f(x)}}$ را بدست بیاورید.

$D: \frac{x-1}{f(x)} \geq 0$ → حالت اول $x-1\geq 0$ و $f(x)>0$

$(x\geq 1)\cap([-5,-4)\cup(2,3)) \to (2,3)$




حالت دوم $x-1\leq 0$ , $f(x)<0$

$x\leq 1 \cap (-4,2) \to (-4,1]$

جواب $D=(2,3)\cup(-4,1]$


۴. اگر دامنه تابع $y_1=\frac{1}{9x^4-7x^2-4x-3}$ با دامنه ی تابع $y_2=\frac{1}{3x^2+ax+b}$ برابر باشد حاصل $\sqrt{-(a+b)}$ را بدست آورید.

$9x^4-7x^2-4x-3=(3x^2+ax+b)(3x^2+x+1)$

با مدهای مرسی

$a=-1$ $\quad b=-3$ $\quad \sqrt{-(a+b)}=\sqrt{-(-4)}=2$

راه دوم

$9x^4-7x^2-4x-3=0$ $\quad$ جمع ریشه ها: $\frac{-a}{3}=\frac{1}{3}\to \boxed{a=-1}$

$3x^2+ax+b=0$ $\quad$ ضرب ریشه ها → $\frac{b}{3}=-1$ $\quad \boxed{b=-3}$

ریشه های حقیقی $y_1 \Rightarrow \frac{\sqrt{37}+1}{6}$ و $\frac{-\sqrt{37}+1}{6}$

جمع ریشه ها: $\frac{1}{3}$ $\quad$ ضرب ریشه ها $=\frac{1+\sqrt{37}}{6}\times\frac{1-\sqrt{37}}{6}=$

$\frac{1}{36}-\frac{37}{36}=\frac{-36}{36}=-1$

$\sqrt{-(-4)}=2$

Subject

Date

۵ - اگر $f(x) = x^3 + x$ باشد دامنه‌ی تعریف $y = \sqrt{f(x) - f(\frac{4}{x})}$ را بدست آورید

$$f(\tfrac{4}{x}) = (\tfrac{4}{x})^3 + (\tfrac{4}{x})$$

$$f(x) - f(\tfrac{4}{x}) \geq 0$$

$$x^3 + x - (\tfrac{4}{x})^3 - \tfrac{4}{x} \geq 0$$

$$\left( (x^3 - (\tfrac{4}{x})^3) \right) + (x - \tfrac{4}{x}) \geq 0 \rightarrow \left( (x - \tfrac{4}{x})(x^2 + 4 + \tfrac{16}{x^2}) \right) + (x - \tfrac{4}{x}) \geq 0$$

$$(x - \tfrac{4}{x}) \geq 0 \Rightarrow (x - \tfrac{4}{x})\underbrace{(x^2 + 4 + \tfrac{16}{x^2})}_{\text{همواره مثبت}} \geq 0 \rightarrow$$

$$x - \tfrac{4}{x} \geq 0 \qquad \frac{x^2 - 4}{x} \geq 0 \qquad x^2 - 4 = 0 \qquad x = \pm 2$$

$$x = 0$$

| | $-2$ | | $0$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2 - 4$ | + | | − | − | | + |
| $x$ | − | | − | + | | + |
| $\frac{x^2 - 4}{x}$ | − | | + | − | | + |

$$D_f = [-2, 0) \cup [2, +\infty)$$

۶ - اگر $f(x^3 + x) = 2x^2 - 1$ باشد حاصل $f(2) + f(10)$

$$f(x^3 + x) = 2x^2 - 1$$

$$f(2) \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1^3 + 1) = 2(1)^2 - 1 \Rightarrow f(2) = 1$$

$$f(10) \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2^3 + 2) = 2(2)^2 - 1 \Rightarrow f(10) = 7$$

$$f(2) + f(10) = 1 + 7 = 8$$

$(x-2)^3 = x^3 - 8 - 3x^2 \times 2 + 3(x)(4)$

$x^3 - 8 - 6x^2 + 12x$

Subject

Date

۷- اگر $f(x)=x^3-6x^2+12x$ و $g(x)=x^3+9x^2+27x$ حاصل

$$\frac{g(\sqrt[3]{7}-3)}{f(\sqrt[3]{2}+2)}$$

$x^3-6x^2+12x = ($

$f(x)=x^3-6x^2+12x=(x-2)^3+8$

$g(x)=x^3+9x^2+27x=(x+3)^3-27$

$g(\sqrt[3]{7}-3)=(\sqrt[3]{7}-\cancel{3}+\cancel{3})^3-27 = 7-27=-20$

$f(x)=(\sqrt[3]{2}+2-2)^3+8 = 2+8=10$

$\frac{g(\sqrt[3]{7}-3)}{f(\sqrt[3]{2}+2)} = \frac{-20}{10}=-2$

۸- اگر $f(x)=\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}$ و $g(x)=\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$ بر $x\geq 4$ ای

داشته باشیم و $f(x)+g(x)=a+b\sqrt{x+c}$ باشد، حاصل $\frac{a+b}{c}$

$(f(x)+g(x))^2 = (\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}})^2$

$x+\cancel{4\sqrt{x-4}}+x-\cancel{4\sqrt{x-4}}+2\sqrt{x^2-16(x-4)}$

$x^2-16x+64$

$(x-8)^2$

$2x+2\sqrt{(x-8)^2}$ ①

$=2x+2|x-8| \nearrow 2x+2x-16=4x-16,\ x\geq 8$

$4(x-4)$

$4\leq x\leq 8$

② $2x-2x+16=16$

$f(x)+g(x)=\sqrt{4(x-4)}=2\sqrt{x-4}=a+b\sqrt{x+c}$

$a=0$

$b=2$

$c=-4$

$\frac{a+b}{c}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$

یازدهم دختر ۱۵

مبینا شریفی

Subject

Date

۹. اگر $f(x)=\frac{x+2}{x^2-4x+3}$ و $g(x)=\{(2,1),(1,0),(3,5),(0,4)\}$

بشرحاصل

$g=\{(2,1)(1,0)(3,5)(0,4)\}$

$f\to\{(2,-4)(\cancel{1})(\cancel{3})(0,\frac{2}{3})\}$

$\frac{g}{f}=\{(2,-\frac{1}{4}),(0,6)\}$

$(-1,6)$

۱۰ - اگر $f(x)=\{(1,2),(3,-1),(4,2),(-1,6)\}$ و $g(x)=\{(-2,3)(1,-1)(3,2)(-1,\dots)\}$

حاصل

۸ تقسیم بر ۲

الف) $f(2x)=\{(\frac{1}{2},2),(\frac{3}{2},-1),(2,2),(-\frac{1}{2},6)\}$

ب) $f(x^2)=\{(1,2)(-1,2),(\sqrt{3},-1),(-\sqrt{3},-1)(2,2)(-2,2)\}$

مبینا شریفی

ج۰۱ $4g^2(x)+1 = \{(-2, 37), (1, 5), (3, 17), (-1, 1)\}$

چهار است

۲) $\frac{2f}{g} = \{(1, -4), (3, 1)\}$

۷_ کامل دوم

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$$
$$x(x^2 - 6x + 12)$$

$$\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{-20}{10} = -2$$

$$f(\sqrt[3]{2} + 2)((\sqrt[3]{2}+2)^2 - 6(\sqrt[3]{2}+2) + 12$$
$$(\sqrt[3]{2}+2)(\sqrt[3]{4} + 4 + 4\sqrt[3]{2} - 6\sqrt[3]{2} - \cancel{12} + \cancel{12}$$
$$(\sqrt[3]{2}+2)(4 + \sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{2})$$
$$\cancel{4\sqrt[3]{2}} + 2 - \cancel{2\sqrt[3]{4}} + 8 + \cancel{2\sqrt[3]{4}} - \cancel{4\sqrt[3]{2}} = 10$$

$$g(x) = x^3 + 9x^2 + 27x = x(x^2 + 9x + 27)$$
$$f(\sqrt[3]{7} - 3) = (\sqrt[3]{7} - 3)((\sqrt[3]{7} - 3)^2 + 9(\sqrt[3]{7} - 3) + 27$$
$$(\sqrt[3]{7} - 3)(\sqrt[3]{49} + 9 - 6\sqrt[3]{7} + 9\sqrt[3]{7} - \cancel{27} + \cancel{27})$$
$$(\sqrt[3]{7} - 3)(\sqrt[3]{49} + 9 + 3\sqrt[3]{7})$$
$$7 + \cancel{9\sqrt[3]{7}} + \cancel{3\sqrt[3]{49}} - \cancel{3\sqrt[3]{49}} - 27 - \cancel{9\sqrt[3]{7}} = -20$$