۱) (همه تا عملیات بود) ۱/۵

$x^3(\frac{1}{2}x - 1) \geq 0$ — $+ \; 0 \; - \; 2 \; +$ $\Rightarrow D_f = [0, 2]$

۲)

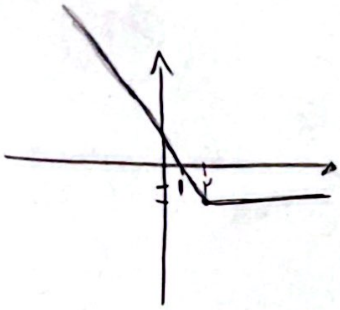
$f(-x) = \sqrt{-x+1-x+21}$ $\quad -x+1-x+21 \geq 0$

$x \leq +2 \qquad x > +2$

(I) $-x+4-x+2 \geq 0$

$2x \leq 2 \Rightarrow x \leq 1$ (II) $\Leftarrow$ $I \cap II \Leftarrow (-\infty, 1]$

$-x + x - 2 \geq 0 \Leftarrow$ غیرقابل قبول



$D_f = (-\infty, 1]$

۳)

۱) ناحیه $(2, 3) \Leftarrow f(x) > 0 \Leftarrow x - 1 > 0 \Leftarrow$ ✓ درست

۲) ناحیه $(1, 2) \Leftarrow f(x)$ منفی و $x-1$ مثبت $\Leftarrow$ کل عبارت منفی ✗

۳) عدد $\{1\} \Leftarrow$ ✓ صفر

۴) ناحیه $(-4, 1) \leftarrow f(x) < 0$ و $x-1 < 0 \Leftarrow$ کل مثبت است ✓

۵) $[-\infty, 4) \leftarrow f(x) > 0$ و $x - 1 < 0 \Leftarrow$ کل عبارت < 0 ✗

$\frac{x-1}{f(x)} \geq 0$ ریشه‌ها $= 2, 3, -4$

$x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

$I \cup III \cup IV = (2, 3) \cup (-4, 1]$

---

۴)

$9x^4 - 7x^2 - 4x - 3 = k(3x^2 + ax + b)$ $\quad a = -1, \; b = -3$

$(3x^2-1)^2 - (x+2)^2 = (3x^2-1-x-2)(3x^2-1+x+2)$

$(3x^2-x-3)(3x^2+x+1)$ ریشه ندارد $\Delta < 0$ → عبارت ما

$\sqrt{4} = 2$

---

۵) ۱/۵

$a^3 + a - (\frac{4}{a})^3 - \frac{4}{a}$

$y = \sqrt{x^3 + x - \frac{64}{x^3} - \frac{4}{x}} \Rightarrow x \neq 0$

$\frac{x^6 + x^4 - 4x^2 - 64}{x^3}$ $\quad$ -2 و 2 برابر $= 0 \Rightarrow$

$x^6 + x^4 - 4x^2 - 64 \;|\; x^2 - 4$

$-x^6 + 4x^4 \quad\quad x^4 + 5x^2 + 16$

$5x^4 - 20x^2$

$t^2 - 5t + 16 \Leftarrow \Delta < 0$ ریشه ندارد

$(x-2)(x+2)(x^4+5x^2+16)$

$+ \; -2 \; - \; 0 \; + \; 2 \; + \Rightarrow D_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$R_f = [-2, 0) \cup [2, +\infty)$

---

۶) ۲

$x^3 + x = 2 \Rightarrow x^3 + x - 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 1 = 1$

$x = 1$

$x^3 + x - 10 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2 \times 4 - 1 = 7$

$1 + 7 = 8$

---

۷) ۲

$f(x) = (2x-2)^3 + 8$ $\qquad g(x) = (x+3)^3 - 27$

$x^3 + 8 + 12x - 6x^2$ $\qquad x^3 + 27 + 9x^2 + 27x$

$\frac{7 - 27}{2 + 8} = \frac{-20}{10} = -2$

(۸ (د)

$f(x) = \sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2}$ $\quad g(x) = \sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2}$

$x-4+4+4\sqrt{x-4}$ $\quad x-4+4-4\sqrt{x-4}$

$f(x)+g(x) = |\sqrt{x-4}+2| + |\sqrt{x-4}-2|$

همواره >0

با توجه به اینکه در جواب آن باید رادیکال داشته باشیم (جهت که نباید ع بشود) و x داخل رادیکال به ما داده شده

$\sqrt{x-4}+2+\sqrt{x-4}-2$

$2\sqrt{x-4}$ $\quad a=0 \quad b=2 \quad c=-4$ $\quad \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$

(۹ (د) $\quad f(x) = \frac{x+2}{(x-3)(x-1)}$

به ازای $x=$ ۱ و ۳ جواب نداریم

$x=2 \Rightarrow g(x)=1 \;/\; f(x) = \frac{4}{-1} = -4 \Rightarrow -\frac{1}{4}$

$x=1 \Rightarrow f(x)=0$ ✗

$x=3 \Rightarrow$ / / / ✗

$x=0 \Rightarrow g(x)=4 \quad f(x) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4}{\frac{2}{3}} = 6$

$\frac{g}{f} = \{(2, -\frac{1}{4}), (0, 6)\}$

(۱۰ (د)

الف) $f(2x) = \{(\frac{1}{2}, 2), (\frac{3}{2}, -1), (2, 2), (-\frac{1}{2}, 6)\}$

ب) $f(x^2) = \{(1,2), (-1,2), (\sqrt{3}, -1), (-\sqrt{3}, -1), (2,2), (-2,2)\}$

ج) $2g^2(x)+1 = \{(-2, 19), (1, 3), (3, 9), (-1, 1)\}$

د) $f \cap g = 1 / 3 / -1$ $\quad \frac{2f}{g} \to$ و نباید صفر $\Rightarrow$ ✗

$\frac{2f}{g} = \{(1, \frac{-4}{1}), (3, \frac{-2}{3})\} \Rightarrow \{(1, -4), (3, -\frac{2}{3})\}$