رسا شیرنجفی گروه دختران B E

۱۹

۱- الف)

$$\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \rightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \qquad x=\frac{1}{2},\ x=0,\ x=1$$

x	0		$\frac{1}{2}$		1	
$-2x+1$	$+$	$+$		$-$		$-$
$x(x-1)$	$+$	$-$		$-$		$+$
		$-$				$-$

$$D_f=(-\infty,0]\cup[\tfrac{1}{2},1)$$

۵

ب)

$x+1\neq 0 \rightarrow x\neq -1 \qquad x\neq 0 \qquad x-1\neq 0 \rightarrow x\neq 1$

$x+2\neq 0 \rightarrow x\neq -2$

$$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \rightarrow \frac{3}{x-1}\neq\frac{-1}{x+2} \rightarrow 3x+6\neq -x+1$$

$$4x\neq -5 \rightarrow x\neq -\frac{5}{4} \rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{0,-1,1,-2,-\tfrac{5}{4}\}$$

۲- الف)

$(\frac{1}{3})^x-9=0 \rightarrow (\frac{1}{3})^x=3^2 \rightarrow x=-2$

$32-4^x=0 \rightarrow 2^5=2^{2x} \rightarrow x=\frac{5}{2}$

x		-2		$2{,}5$	
$(\frac{1}{3})^x-9$	$+$		$-$		$-$
$32-4^x$	$+$		$+$		$-$
	$+$		$-$		$+$

$$D_f=(-\infty,-2]\cup[\tfrac{5}{2},+\infty)$$

۵

ب)

$$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \rightarrow 3-\sqrt[4]{x+1}\geq 0 \rightarrow 3\geq\sqrt[4]{x+1}$$

$\xrightarrow{(\ )^4}\ 81\geq x-1 \rightarrow x\leq 82 \quad (2)$

$x-1\geq 0 \rightarrow x\geq 1 \quad (1)$

$(1)\cap(2) \rightarrow D_f=[1,82]$

$x^2-x-2>0 \to (x+1)(x-2)>0$

x		-1		2	
	+		$-$		+

-۳

$\sqrt{x^2-1} \geq 0 \to x^2-1\geq 0 \to x^2\geq 1$

$x\geq 1$ or $x\leq -1 \to (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ (1)

(2) $(1)\cap(2)$

-۴

x		-2		b	
	$-$		+		$-$

$x=-2 \to -(-2)^2+a(-2)+3=0 \to 4-2a+3=0$

$\to a=-\frac{1}{2} \to -x^2+(-\frac{1}{2})x+3=0 \xrightarrow{\div -1}$

$x^2+\frac{1}{2}x-3=0 \to 2x^2+x-6=0$ $\begin{cases} x=-2 \\ x=\frac{3}{2}\end{cases}$

$(2x-3)(x+2)=0$

$a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$

-۵

$g(x)=\sqrt{f(x)-x}\geq 0 \to f(x)\geq x$

$f(x)\begin{cases} 3x-2 & x\geq 1 \\ 4x+3 & x<1 \end{cases}$

$\to$

x	1	2
y	1	4

$\to$

x	1	0
y	7	3

$f(x)=\begin{cases} 3x-2\geq x \to x\geq 1 \\ 4x+3\geq x \to x\geq -1 \end{cases} \xrightarrow{\cap} D_g\ [-1,+\infty)$

-۶

$f(a)=(a+1)(a+2)=7a+7$

$f(-2)=3a+2(-2)=3a-4$

$2f(a)=f(-2)+a \to 2(7a+7)=3a-4+a$

$14a+14=4a-4 \to 10a=-18 \to a=-1.8$

۷-

$$۲+\sqrt{۳}=\frac{1}{۲-\sqrt{۳}}\times\frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}}\rightarrow ۲+\sqrt{۳}$$

$$f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=\underbrace{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\frac{1}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}}_{M}+۲+\overbrace{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{1}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}}^{N}+۲$$

M درنظر می‌گیریم

$$M^۲=\cancel{۲-\sqrt{۳}}+\cancel{۲+\sqrt{۳}}+۲\sqrt{\underbrace{(۲-\sqrt{۳})(۲+\sqrt{۳})}_{\cancel{۴-۳}\ 1}}\rightarrow ۲+۲+۲=\cancel{۸}\rightarrow \underline{M=\sqrt{۸}}$$

۶ ۱,۵

$$N^۲=\frac{1}{۲-\sqrt{۳}}+\frac{1}{۲+\sqrt{۳}}+۲\left(\frac{1}{\underbrace{(\sqrt{۲-\sqrt{۳}})(\sqrt{۲+\sqrt{۳}})}_{1}}\right)\rightarrow ۲+\cancel{\sqrt{۳}}+۲-\cancel{\sqrt{۳}}+۲=۸$$

$$\boxed{N=\sqrt{۸}}$$

$$\sqrt{۸}+\sqrt{۸}+۲+۲\rightarrow ۲(۲\sqrt{۲})+۴=۴(\sqrt{۲}+1)$$

$۲\sqrt{۴}+٤$

۸-

$$x\rightarrow -x\rightarrow ۲f(-x)-۳f(x)=۴(-x)^۲-(-x)$$

$$\begin{cases} ۲f(-x)-۳f(x)=۴x^۲+x & \times ۳ \rightarrow ۶f(-x)-۹f(x)=۱۲x^۲+۳x \\ ۲f(x)-۳f(-x)=۴x^۲-x & \times ۲ \rightarrow ۴f(x)-۶f(-x)=۸x^۲-۲x \end{cases}$$

$$-۵f(x)=۲۰x^۲+x \xrightarrow{\div ۵}$$

$$f(x)=-۴x^۲-\frac{1}{۵}x$$

۶

۹-

$$\text{if } \underset{a=0}{\rightarrow} ۲f(0)=۳m-1$$

$$\text{if } \underset{a=-۲}{\rightarrow} ۶f(0)=۵m+۱۵$$

$$۹m-۳=۵m+۱۵$$

$$۴m=۱۸\rightarrow m=\frac{۹}{۲}\rightarrow ۴,۵$$

$$f(0)=\frac{۲۵}{۴}$$

۱,۵

۱۰-

$$\left.\begin{aligned} f(x)&=ax+b \\ f(\tfrac{1}{x})&=\tfrac{a}{x}+b \end{aligned}\right\}\ f(x)+f(\tfrac{1}{x})=ax+\frac{a}{x}+۲b=۳x-۱۲+\frac{۳}{x}$$

$$a(x+\frac{1}{x})+۲b=۳(x+\frac{1}{x})-۱۲$$

$$a=۳,\quad ۲b=-۱۲\rightarrow b=-۶\longrightarrow f(x)=۳x-۶\rightarrow f(-1)=۳(-1)-۶=-۹$$

۳