۱۸,۲۵

نام و نام خانوادگی: فریناز الیاسی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۴ ...... کلاس یازدهم دختر B ....

۱

الف) $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x+1}}$ → $x\neq 0$ $x\neq 1$ $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0$ $\frac{1-2x}{x^2-x}\geq 0$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$: $+ \; - \; + \; -$ → $(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

۱,۲۵

ب) $f(x)=\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}$ $x+1\neq 0$ $x\neq -1$ $x\neq 0$ $\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0$

$x-1\neq 0 \to x\neq 1$

$x+2\neq 0 \to x\neq -2$

$-2 \quad 1$: $+ \; - \; +$ → $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \to x\neq -\frac{5}{4}$

$D_f=\mathbb{R}-\{\pm1,0,-2,-\frac{5}{4}\}$

۲

الف) $f(x)=\sqrt{((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)}$ $\frac{1}{3^x}-9=0$ $\frac{1}{3^x}=9$ $x=-2$

$32-4^x=0$ $32=4^x$ $2x=5$ $x=\frac{5}{2}$ $-2 \quad \frac{5}{2}$: $+ \; - \; +$ $(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

۲

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$ $\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$

① $x\geq 1$ $\sqrt{y+1}\geq 0$ $\sqrt[4]{x-1}\leq 3$ $x-1\leq 81$ ② $x\leq 82$

①∩② ⇒ $[82,1]$

۳

$f(x)=\frac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$ → $x^2-x-2>0$ $(x-2)(x+1)>0$ $-1 \quad 2$: $+ \; - \; +$

① → $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

② $\sqrt{x^2-1}\geq 0$ $x^2-1\geq 0$ $x^2\geq 1$ $x\geq 1$, $x\leq -1$

③ $\sqrt{x^2-1}+1\neq 0$ $\sqrt{x^2-1}\neq -1$ $\varnothing$

①∩②∩③ = $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۲

۴

$\sqrt{3+ax-x^2}$ → $x^2-ax-3\geq 0$ یک ریشه ۲- است → $(-2)^2-a(-2)-3$

بازه $[-2,b]$

$-2a-1=0$

$-2a=1$ $a=-\frac{1}{2}$

$a=-\frac{1}{2}$ → $x^2+\frac{1}{2}x-3$ $(x+2)(x-\frac{3}{2})$ → $b=\frac{3}{2}$ $[-2,\frac{3}{2}]$

۲

$a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\boxed{1}$

۵

$f(x)=\begin{cases}3x-2 & x\geq 1\\ 2x+3 & x<1\end{cases}$ $g(x)=\sqrt{f(x)-x}$ → $f(x)-x\geq 0$

$x\geq 1$: $(3x-2)-x \Rightarrow 2x-2\geq 0$ $x\geq 1$

۲

① $x<1$: $(2x+3)-x \Rightarrow x+3\geq 0$ ② $x\geq -3$ → ①∩② $=(1,-3]$

$[1,+\infty)\cup(1,-3]=\boxed{[-3,+\infty)}$

۶

$$f(x)=\begin{cases}(a+1)(x+2) & x>1\\ 3a+2x & x\le 1\end{cases} \qquad 2\underbrace{f(5)}_{x>1}=\underbrace{f(-2)}_{x\le 1}+a$$

$$\to 2(a+1)(5+2)=3a+2(-2)+a \qquad 14a+14=3a-4+a$$

$$10a=-18 \qquad a=-\frac{18}{10}=\boxed{-\frac{9}{5}}$$

۲

۷

$$f(x)=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+2 \qquad f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=?$$

$$\underbrace{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}_{\text{عکس یکدیگرند}}=1$$

$$\sqrt{2-\sqrt{3}}=\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \qquad \sqrt{2+\sqrt{3}}=\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}+2+\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}+2$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} \qquad \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{-2}$$

$$\to \cancel{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}}-\cancel{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}}+2+\cancel{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}}-\cancel{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}}+2=\boxed{4}$$

جواب نهایی $= 2\sqrt{6}+4$

۱٫۵

۸

$$\begin{cases}2f(x)-3f(-x)=4x^2-x & \times 2\\ 2f(-x)-3f(x)=4x^2+x & \times 3\end{cases}$$

$$4f(x)-\cancel{6f(-x)}=\cancel{8x^2-2x} \qquad 8x^2-2x$$

$$\cancel{6f(-x)}-9f(x)=\cancel{12x^2+3x} \qquad 12x^2+3x$$

$$-5f(x)=-15 \qquad \boxed{f(x)=5}$$

$$f(x)=-4x^2-\frac{1}{5}x$$

۱٫۵

۹

$$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1$$

$$\xrightarrow{x=0} 2f(0)=3m-1 \qquad f(0)=\frac{3m-1}{2} \qquad \xrightarrow{x=-2} 6f(0)=16+2m+3m-1$$

$$f(0)=\frac{5m+15}{6}$$

$$\frac{3m-1}{2}=\frac{5m+15}{6} \qquad 9m-3=5m+15 \qquad 18=4m \qquad \boxed{m=\frac{9}{2}}$$

$$\xrightarrow{m=\frac{9}{2}} \frac{3m-1}{2} \to f(0)=\frac{3\left(\frac{9}{2}\right)-1}{2}=\boxed{\frac{25}{4}}$$

۲

۱۰

$$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{3x^2-12x+3}{x} \quad \frac{3x^2}{x}-\frac{12x}{x}+\frac{3}{x}=3x-12+\frac{3}{x}$$

$$f(x)=ax+b \to f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=ax+b+\frac{a}{x}+b=ax+\frac{a}{x}+2b$$

$$\to a=3 \qquad 2b=-12 \qquad b=-6 \qquad f(x)=3x-6$$

$$f(-1)=3(-1)-6=\boxed{-9}$$

۲