آندیا کریمی یازدهم دفتر B

Subject .... Date ....

۱)

$$\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0$$

$$\frac{(x-1)^2-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \rightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2}{x(x-1)}=\frac{-2x+1}{x(x-1)}$$

	۰	$\frac{1}{2}$	۱	
+	‖	− ۰ +	‖	−

$D_y=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1]$

ب) $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}}=\dfrac{\frac{-x-2}{x(x+1)}}{\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}} \rightarrow x\neq 0,-1$

$D=\mathbb{R}-\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\}$

۲)

الف) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x-9\right)(32-2^x)\geq 0$

$\rightarrow x=-2$

$32-2^{(5)}\Rightarrow x=5$

	-2		5	
+	۰	−	۰	+

$(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1} \rightarrow x\geq 1$

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0$

$\sqrt[4]{x-1}\leq 3$

$x-1\leq 81 \Rightarrow x\leq 82$

$D_y=[1,82]$

۳)

$x^2-x-2>0 \quad (x-2)(x+1)>0$

	-1		2	
+	۰	−	۰	+

$\sqrt{x^2-1} \rightarrow x^2-1\geq 0 \quad x^2\geq 1$

	-1		1	
+	۰	−	۰	+

$D_y(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)\cap(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)=$

$\Rightarrow(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

Subject .... Date ....

۴-

$-x^2 + ax + ۳ \geq 0$

$$\begin{array}{c|c|c} -۲ & & b \\ \hline - & + & - \end{array}$$

ضرب ریشه ها $= -۳$

جمع ریشه ها $= +a$

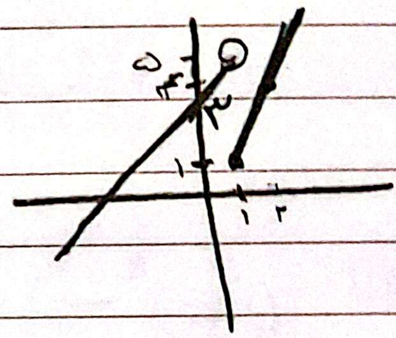
$(x+۲)\cdot(x-b) = x^2 - ax - ۳$

$b = \frac{+۳}{۲} \Rightarrow a = \frac{-۱}{۲}$ $a+b = -۳$

$\frac{-۱}{۲} + \frac{۳}{۲} = \frac{۲}{۲} = \boxed{۱}$

۵-

$$f(x) = \begin{cases} ۳x-۲ & x \geq ۱ \\ ۲x+۳ & x < ۱ \end{cases}$$



$g(x) = \sqrt{f(x) - x}$ $f(x) - x \geq 0$

$D_g = [-۳, +\infty)$ $f(x) \geq x$

۶-

$$f(x) \begin{cases} (a+۱)(x+۲) & x > ۱ \\ ۳a+۲x & x \leq ۱ \end{cases}$$

$۲f(a) = f(-۲) + a$

$\xrightarrow{x=a} ۲(a+۱)(a+۲) = ۳a + ۲(-۲) + a$

$\Rightarrow ۱۴a + ۱۴ = ۴a - ۴$

$۱۰a = -۱۸$ $\boxed{a = -۱/۸}$

(۷

$$f(۲-\sqrt{۳}) + f(۲+\sqrt{۳})$$

$$= \sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \frac{1 \times \sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}} \times \sqrt{۲+\sqrt{۳}}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \frac{1 \times \sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}} \times \sqrt{۲-\sqrt{۳}}} + ۲ + ۲$$

$$\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + \sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۴$$

$$= ۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + ۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}} + ۴$$

$$۲\left(\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}}\right) + ۴ = ۲\sqrt{۶} + ۴$$

$$\sqrt{\underbrace{۲-\cancel{\sqrt{۳}} + ۲ + \cancel{\sqrt{۳}} + ۲}_{\left(\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \sqrt{۲+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}\right)^{۲}}}$$

8 -

$$2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{x=x} \; (2f(x) - 3f(-x) = 4x^2 - x) \times 2 \\ \xrightarrow{x=-x} \; (-3f(x) + 2f(-x) = 4x^2 + x) \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4f(x) - 6f(-x) = 8x^2 - 2x \\ -9f(x) + 6f(-x) = 12x^2 + 3x \end{cases}$$

$$-5f(x) = 20x^2 + x$$

$$\boxed{f(x) = -4x^2 - \frac{x}{5}}$$

9)

$$(x+2)f(x) - 3xf(x+2) = 4x^2 - mx + 3m - 1$$

$$\xrightarrow{x=0} 2f(0) = 3m - 1$$

$$\xrightarrow{x=-2} 6f(0) = 4(-2)^2 - m(-2) + 3m - 1$$

$$= 15 + 5m$$

$$15 + 5m = 3(3m - 1) = 9m - 3$$

$$4m = 18 \qquad \boxed{m = \frac{18}{4}}$$

10) $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \dfrac{3x^2 - 12x + 3}{x}$

$$ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{ax^2 + 2bx + a}{x} = \frac{3x^2 - 12x + 3}{x}$$

$$\Rightarrow \underline{a = 3}, \; \underline{b = -6}$$

$$f(-1) = 3x - 6 \xrightarrow{x=-1} \boxed{-3 - 6 = -9}$$