یازدهم دقتی B　　　۴　　　هزنیا علیجانی

۱- الف) $\frac{x+1}{x}-\frac{x}{x+1}\geq 0 \Rightarrow \frac{1+2x}{x(x+1)}\geq 0$ $\quad$ $\begin{array}{c} 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \\ \hline + \; - \; + \; - \end{array}$ $\Rightarrow D=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) $\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \rightarrow x\neq 0 \quad x\neq -1 \quad x\neq 1 \quad x\neq -2$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}=\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}=\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \Rightarrow x\neq \frac{-5}{4}$

$\Rightarrow D=\mathbb{R}-\{-\frac{5}{4},-2,-1,0,1\}$

۲- الف) $((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)\geq 0 \rightarrow (3^{-x}-3^2)(2^5-2^{2x})\geq 0$ $\quad$ $\begin{array}{c} -2 \quad \frac{5}{2} \\ \hline + \; - \; + \end{array}$

$D=(-\infty,2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}$ $\quad x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \Rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \Rightarrow x-1\leq 81 \quad x\leq 82$ $\Bigg\}\ D=[1,82]$

۳- $\dfrac{\log_4(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \rightarrow \begin{cases} x^2-x-2>0 \rightarrow (x-2)(x+1)>0 \quad \begin{array}{c} -1 \quad 2 \\ \hline + \; - \; + \end{array} \Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty) \\ x^2-1\geq 0 \Rightarrow (-\infty,-1]\cup[1,+\infty) \end{cases}$

$\Rightarrow D=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۴- $3+ax-x^2 \rightarrow -(x^2-ax-3)=(x+2)(x-b)=x^2+(2+b)x+2b \Rightarrow 2b=-3 \quad b=\frac{-3}{2}$

$2+b=-a \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$

$\underline{a+b=-2}$

۵- $\begin{cases} x\geq 1 \rightarrow 3x-2-x\geq 0 \Rightarrow 2x-2\geq 0 \quad x\geq 1 \\ x<1 \rightarrow 3x+3-x\geq 0 \Rightarrow x\geq -3 \end{cases}$ $\Bigg\}\ D=[-3,1)\cup[1,+\infty)$

۶- $\begin{rcases} f(0)=(a+1)(5+2)=7a+7 \\ f(-2)=3a-4 \end{rcases}$ $2(7a+7)=3a-4+a$

$\Rightarrow 14a+14=4a-4 \Rightarrow 10a=-18 \quad a=-1.8$

۷-

$$f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\frac{1}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\frac{1}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۴=۲\left(\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}\right)+۴=A$$

$$\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}=t$$

$$t^{۲}=۲-\sqrt{۳}+۲+\sqrt{۳}+۲=۶\Rightarrow t=\sqrt{۶}$$

$$\underline{A=۲\sqrt{۶}+۴}$$

۸-

$$۲f(x)-۳f(-x)=۴x^{۲}-x \xrightarrow{\times ۲} ۴f(x)-۶f(-x)=۸x^{۲}-۲x$$

$$۲f(-x)-۳f(x)=۴x^{۲}+x \xrightarrow{\times ۳} ۶f(-x)-۹f(x)=۱۲x^{۲}+۳x$$

$$-۵f(x)=۲۰x^{۲}+x\Rightarrow \quad f(x)=\frac{-۲۰x^{۲}-x}{۵}$$

۹-

$$(x+۲)f(x)-۳xf(x+۲)=۴x^{۲}-mx+۳m-۱$$

$$x=0\rightarrow ۲f(0)=۳m-۱$$

$$x=-۲\rightarrow ۶f(0)=۱۶+۲m+۳m-۱=۵m+۱۵$$

$$\Rightarrow f(0)=\frac{۳m-۱}{۲}=\frac{۵m+۱۵}{۶}$$

$$\Rightarrow ۹m-۳=۵m+۱۵\Rightarrow m=\frac{۱۸}{۴} \qquad f(0)=\frac{۳\left(\frac{۱۸}{۴}\right)-۱}{۲}=\frac{۲۵}{۴}$$

۱۰-

$$f(x)=ax+b$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{a}{x}+b$$

$$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{ax^{۲}+a+۲bx}{x}=\frac{۳x^{۲}-۱۲x+۳}{x}$$

$$\Rightarrow a=۳ \quad b=-۶ \quad \Rightarrow f(-1)=۳(-1)-۶=-۹$$