یازدهم ریاضی B ۴ ۱۹,۷۵ فرنیا علیانی

۱- الف) $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0 \Rightarrow D=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

۳

ب) $\dfrac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \to x\neq 0\quad x\neq -1\quad x\neq 1\quad x\neq -2$

$\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}=\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}=\frac{4x+5}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \Rightarrow x\neq \frac{-5}{4}$

$\Rightarrow D=\mathbb{R}-\{-\frac{5}{4},-2,-1,0,1\}$

۲- الف) $((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)\geq 0 \to (3^{-x}-3^2)(2^5-2^{2x})\geq 0$

$D=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

۳

ب) $\sqrt[4]{x-1}+\sqrt{y+1}=3$

$\sqrt{y+1}=3-\sqrt[4]{x-1}\qquad x-1\geq 0\Rightarrow x\geq 1$

$3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0\Rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leq 3\Rightarrow x-1\leq 81\quad x\leq 82$ $\Big\}\ D=[1,82]$

۳- $\dfrac{\log_4 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \to \begin{cases} x^2-x-2>0 \to (x-2)(x+1)>0 \Rightarrow (-\infty,-1)\cup(2,+\infty) \\ x^2-1\geq 0 \Rightarrow (-\infty,-1]\cup[1,+\infty) \end{cases}$

$\Rightarrow D=(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

۳

۴- $3+ax-x^2 \to -(x^2-ax-3)=(x+2)(x-b)=x^2+(2+b)x+2b\Rightarrow 2b=-3\quad b=+\frac{3}{2}$

$2+b=-a\Rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$a+b=1$

$a+b=-2$

۱,۷۵

۵- $\begin{cases} x\geq 1 \to 3x-2-x\geq 0\Rightarrow 2x-2\geq 0\quad x\geq 1 \\ x<1 \to 2x+3-x\geq 0\Rightarrow x\geq -3 \end{cases}\Big\}\ D=[-3,1)\cup[1,+\infty)$

۳

$D=[-3,+\infty)$

۶- $f(0)=(a+1)(0+7)=7a+7$

$f(-2)=3a-4$ $\Big\}\ 2(7a+7)=3a-4+a$

$\Rightarrow 14a+14=4a-4\Rightarrow 10a=-18\quad a=-1.8$

۳

۷-

$f(2-\sqrt{3})+f(2+\sqrt{3})=\sqrt{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+4=2\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)+4=A$

$\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}=t$

$t^2=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}+2=6 \Rightarrow t=\sqrt{6}$

$\underline{A=2\sqrt{6}+4}$

۸-

$2f(x)-3f(-x)=4x^2-x \xrightarrow{\times 2} 4f(x)-6f(-x)=8x^2-2x$

$2f(-x)-3f(x)=4x^2+x \xrightarrow{\times 3} 6f(-x)-9f(x)=12x^2+3x$

$-5f(x)=20x^2+x \Rightarrow f(x)=\frac{-20x^2-x}{5}$

۹-

$(x+2)f(x)-3xf(x+2)=4x^2-mx+3m-1$

$x=0 \rightarrow 2f(0)=3m-1$

$x=-2 \rightarrow 6f(0)=16+2m+3m-1=5m+15$

$\Rightarrow f(0)=\frac{3m-1}{2}=\frac{5m+15}{6}$

$\Rightarrow 9m-3=5m+15 \Rightarrow m=\frac{18}{4} \quad f(0)=\frac{3\left(\frac{18}{4}\right)-1}{2}=\frac{25}{4}$

۱۰-

$f(x)=ax+b$

$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{a}{x}+b$

$f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{ax^2+a+2bx}{x}=\frac{3x^2-12x+3}{x}$

$\Rightarrow a=3 \quad b=-6 \quad \Rightarrow f(-1)=3(-1)-6=-9$