هلیا عقاری

۱

الف) $\dfrac{x+3}{2x^3+3x^2-8x+3}$

$2x^3+3x^2-8x+3 \neq 0$ ← جمع ضرایب ۰ ← بخش بر $x-1$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+3x^2-8x+3 & x-1 \\ \cline{2-2} \cancel{2x^3}+2x^2 & 2x^2+5x-3 \\ \hline 5x^2-8x & \\ +5x^2+5x & \\ \hline -3x+3 & \\ -3x+3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{1, \frac{1}{2}, -3\}}$

$\Rightarrow (x-1)(2x^2+5x-3)$

$x = 1, \frac{1}{2}, -3$

$\Delta = b^2-4ac = 25+24 = 49$

$x = \dfrac{-5 \pm \cancel{\sqrt{49}}\,7}{4} = \frac{1}{2}, -3$

ب) $\dfrac{x+3}{2x^3+9x^2+10x+3}$

$D_f = \mathbb{R} - \{-3, -\frac{1}{2}, -1\}$

$2x^3+9x^2+10x+3 \neq 0$ ← جمع ضرایب یکی درمیان برابر

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+9x^2+10x+3 & x+1 \\ \cline{2-2} \cancel{2x^3} \mp 2x^2 & 2x^2+7x+3 \\ \hline 7x^2+10x & \\ \cancel{7x^2} \mp 7x & \\ \hline 3x+3 & \\ 3x+3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow (x+1)(2x^2+7x+3)$

$\Delta = 49-24 = 25$ $\quad x = \dfrac{-7 \pm \cancel{\sqrt{25}}\,5}{4}$

$x = -3, -\frac{1}{2}, -1$

۲

الف) $\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}$ ← جمع ضرایب = ۰ ← بخش بر $x-1$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2+2x-1 & x-1 \\ \cline{2-2} \cancel{x^3}+x^2 & x^2-x+1 \\ \hline \cancel{-x^2}+2x & \\ \cancel{-x^2}+x & \end{array}$$

$\Rightarrow (x-1)(x^2-x+1)$ بدون ریشه

$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

۲

ب) $\sqrt{\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}}$ $\qquad \dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1} \geq 0$

$x^3-2x^2+2x-1=(x-1)(x^2-x+1) \qquad x=1, -3$

	-3		1	
$+$		$-$	$\nexists$	$+$

$D_f=(-\infty,-3] \cup (1,+\infty)$

۳

$\lvert x-1\rvert<0$	$\lvert x-1\rvert>0$
$x^2-5(1-x)-2x+5$	$x^2-5(x-1)-2x+5$
$x^2-5+5x-2x+5$	$x^2-5x+5-2x+5$
$x^2+3x=0$	$x^2-7x+10 \qquad \Delta=49-40=9$
$x(x+3) \to x=0, -3$	$x=\dfrac{7\pm\sqrt{9}^{\,3}}{2}=5, 2$

$\dfrac{2}{x^2-5\lvert x-1\rvert-2x+5} \neq 0 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{5,2,0,-3\}$

پ.ن: به ازای $x=1$ معادله مخرج می‌شود (x^2-2x+5) که فاقد ریشه است.

۴

$\dfrac{x+3}{\lvert 2x+1\rvert-\lvert x+3\rvert} \neq 0 \qquad \lvert 2x+1\rvert \neq \lvert x+3\rvert$

تساوی به توان ۲ $\quad (2x+1)^2 \neq (x+3)^2$

$4x^2+1+4x \neq x^2+9+6x \to 3x^2-2x-8 \neq 0$

$\Delta=4+96=100 \qquad x=\dfrac{2\pm\sqrt{100}^{\,10}}{6}=2, -\dfrac{4}{3}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-\dfrac{4}{3}, 2\}$

ب) $\sqrt{|2x+1|-|x+3|}$ تعریف $\Rightarrow |2x+1|-|x+3| \geq 0$ ۴

$|2x+1| \geq |x+3| \xRightarrow{\text{توان } 2} (2x+1)^2 \geq (x+3)^2$

$4x^2+1+4x \geq x^2+9+6x \qquad 3x^2-2x-8 \geq 0$

$\Delta = 100 \quad x = \dfrac{2 \pm 10}{6} = 2, -\dfrac{4}{3}$

$$\begin{array}{cccccc} & -\frac{4}{3} & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$$

$D_f = (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [2, +\infty)$

الف) $y = \log_2 (1-\log_3 x)$ ۵

$1-\log_3 x > 0 \quad \log_3 x < 1 \quad \boxed{x < 3} \quad D_f = (-\infty, 3)$

ب) $y = \log_2 (1-\log_{\frac{1}{2}} x) \quad 1-\log_{\frac{1}{2}} x > 0 \quad \log_{\frac{1}{2}} x < 1$

$x > \frac{1}{2} \quad D_f = (\frac{1}{2}, +\infty)$

$2x-1 > 0 \to 2x > 1 \to \boxed{x > \frac{1}{2}}$ *

$f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \log_5 (2x-1)} \qquad \log_{\frac{1}{2}} \log_5 (2x-1) \geq 0$ ۶

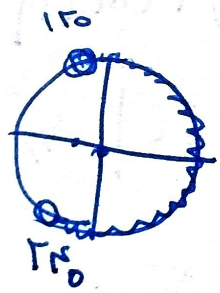
$\log_5 (2x-1) \leq 1 \Rightarrow 2x-1 \leq 5 \qquad (\frac{1}{2})^0 = 1$

$\Rightarrow 2x \leq 6$

$D_f = 1 < x \leq 3 \to D_f = (1, 3] \qquad x \leq 3$

$\log_5 (2x-1) > 0 \quad 2x-1 > 1 \quad 2x > 2 \Rightarrow \boxed{x > 1}$ *

الف) $\log(2\cos x+1)$ $\qquad 2\cos x+1>0$



$2\cos x>-1 \qquad \cos x>-\frac{1}{2}$

$$D_f=\left(2k\pi-\frac{2\pi}{3}, 2k\pi+\frac{2\pi}{3}\right)$$

ب) $\sqrt{\log\frac{x-1}{x+1}}$ $\qquad \log\frac{x-1}{x+1}\geq 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1}\geq 1$

۱۵ یا هم عددی (درست یا هم نیست) $\qquad$ و $\frac{x-1}{x+1}>0$

$$\frac{x-1}{x+1}\geq 1 \to \frac{x-1}{x+1}-1\geq 0 \qquad \frac{\cancel{x}-1-\cancel{x}-1}{x+1}=\frac{-2}{x+1}\geq 0$$

$x+1<0 \to x<-1 \Rightarrow D_f=(-\infty,-1)$

A) چون تنها ۱ بازه است پس معادله درجه ۱ است.

$\Rightarrow \{a+2=0 \Rightarrow a=-2$

$$-2x+b \xrightarrow{x=3} \underbrace{-2(3)}_{-6}+b=0 \qquad \boxed{b=6}$$

۹

$x^2+2mx+(2-m^2) \to$ باید Δ نداشته باشد و همواره مثبت باشد

ریشه

یا ریشه مضاعف داشته باشد

$\Rightarrow \Delta \leq 0 \to 4-4(2-m^2)\leq 0 \quad \underbrace{4-8}_{-4}+4m^2\leq 0$

$4m^2\leq +4 \to m^2 \leq +1 \Rightarrow -1\leq m\leq 1$

چون ضریب x^2 مثبت بوده و وقتی ریشه نداشته باشد همواره مثبت است.

$m=[-1,1] \Rightarrow max - min \to 1-(-1)=\boxed{2}$

۱۰

$[x]+[-x]\neq -1$

$Z \leftarrow$ فقط اعداد صحیح

$$f(x)=\frac{\sqrt{4-x^2}}{[x]+[-x]+1}$$

که عدد صحیح

$4-x^2\geq 0 \quad x^2\leq 4 \quad -2\leq x\leq 2$