هلیا عقاری

۱۹,۵

①

الف) $\dfrac{x+۳}{}$

$۲x^۳+۳x^۲-۸x+۳ \neq ۰$ ⟵ جمع ضرایب ۰ ⟵ بخش بر $x-۱$

$$\begin{array}{l|l} \cancel{۲x^۳}+۳x^۲-۸x+۳ & x-۱ \\ \cancel{۲x^۳}+۲x^۲ & ۲x^۲+۵x-۳ \\ \hline \cancel{۵x^۲}-۸x & \\ \cancel{+۵x^۲}+۵x & \\ \hline -۳x+۳ & \\ -۳x+۳ & \\ \hline ۰\quad ۰ & \end{array}$$

ج) $\boxed{D_f = R - \{۱, \tfrac{۱}{۲}, -۳\}}$ ✓

$\Rightarrow (x-۱)(۲x^۲+۵x-۳)$

$x = ۱, \tfrac{۱}{۲}, -۳$

$\Delta = b^۲-۴ac = ۲۵+۲۴ = ۴۹$

$x = \dfrac{-۵ \pm \cancel{\sqrt{۴۹}} ۷}{۴} = \tfrac{۱}{۲}, -۳$

ب) $\dfrac{x+۳}{}$

$۲x^۳+۹x^۲+۱۰x+۳ \neq ۰$ ⟵ جمع ضرایب یکی در میان برابر

✓ $D_f = R - \{-۳, -\tfrac{۱}{۲}, -۱\}$

$$\begin{array}{l|l} ۲x^۳+۹x^۲+۱۰x+۳ & x+۱ \\ \cancel{۲x^۳} \mp ۲x^۲ & ۲x^۲+۷x+۳ \\ \hline ۷x^۲+۱۰x & \\ \cancel{۷x^۲} \mp ۷x & \\ \hline ۳x+۳ & \\ ۳x+۳ & \\ \hline ۰\quad ۰ & \end{array}$$

$\Rightarrow (x+۱)(۲x^۲+۷x+۳)$

$\Delta = ۴۹-۲۴ = ۲۵$ $\quad x = \dfrac{-۷ \pm \cancel{\sqrt{۲۵}} ۵}{۴}$

$x = -۳, -\tfrac{۱}{۲}, -۱$

②

الف) $\dfrac{x+۳}{x^۳-۲x^۲+۲x-۱}$ ⟶ جمع ضرایب = ۰ ⟵ بخش بر $x-۱$

$$\begin{array}{l|l} x^۳-۲x^۲+۲x-۱ & x-۱ \\ \cancel{x^۳}+x^۲ & x^۲-x+۱ \\ \hline \cancel{-x^۲}+۲x & \\ \cancel{-x^۲}+x & \end{array}$$

$\Rightarrow (x-۱)\underbrace{(x^۲-x+۱)}_{\text{بدون ریشه}}$ ✓

$D_f = R - \{۱\}$

۲

ب) $\sqrt{\dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}}$ $\qquad \dfrac{x+3}{x^3-2x^2+2x-1}\geq 0$ ک

$x^3-2x^2+2x-1=(x-1)(x^2-x+1)$ $\qquad x=1 , -3$

$$\begin{array}{c|c|c} & -3 & 1 \\ \hline + & - & \nexists\ + \end{array}$$

$D_f=(-\infty,-3]\cup(1,+\infty)$

۳

$|x-1|<0 \quad | \quad |x-1|>0$

$x^2-5(1-x)-2x+5$	$x^2-5(x-1)-2x+5$
$x^2-5+5x-2x+5$	$x^2-5x+5-2x+5$ ک
$x^2+3x=0$	$x^2-7x+10 \qquad \Delta=49-40=9$
$x(x+3)\to x=0, -3$	$x=\dfrac{7\pm\sqrt{9}\,3}{2}=5 , 2$

$$\frac{2}{x^2-5|x-1|-2x+5}\neq 0 \Rightarrow D_f=R-\{5,2,0,-3\}$$

پ.ن ← به ازای $x=1$ ، معادله مخرج
(x^2-2x+5) می‌شود که فاقد ریشه است.

۴

$\dfrac{x+3}{|2x+1|-|x+3|}\neq 0$ $\qquad |2x+1|\neq|x+3|$

تساوی به توان ۲ $\qquad (2x+1)^2\neq(x+3)^2$

$4x^2+1+4x\neq x^2+9+6x \to 3x^2-2x-8\neq 0$

$\Delta=4+96=100 \qquad x=\dfrac{2\pm\sqrt{100}\,10}{6}=2 , -\dfrac{4}{3}$

$D_f=R-\{-\frac{4}{3},2\}$

ب) $\sqrt{|2x+1|-|x+3|} \Rightarrow |2x+1|-|x+3| \geq 0$ ④

$|2x+1| \geq |x+3| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (2x+1)^2 \geq (x+3)^2$ ۲

$4x^2+1+4x \geq x^2+9+6x$ $\quad 3x^2-2x-8 \geq 0$ ✓

$\Delta=100 \quad x=\frac{2\pm 10}{6} = 2, -\frac{4}{3}$

$$\begin{array}{c|c|c|c} & -\frac{4}{3} & & 2 \\ + & & - & & + \end{array}$$

$D_f = (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [2, +\infty)$

الف) $y=\log_2(1-\log_3^x)$ $\quad x>0 \quad D_f=(0,3)$ ⑤

$1-\log_3^x>0 \quad \log_3^x<1 \quad \boxed{x<3} \quad D_f=(-\infty,3)$

ب) $y=\log_2(1-\log_{\frac{1}{2}}^x)$ $\quad 1-\log_{\frac{1}{2}}^x>0 \quad \log_{\frac{1}{2}}^x<1$ (۱٫۵)

$x>\frac{1}{2} \quad D_f=(\frac{1}{2},+\infty)$ ✓

$2x-1>0 \to 2x>1 \to \boxed{x>\frac{1}{2}}$ *

$f(x)=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\log_5^{(2x-1)}}$ $\quad \log_{\frac{1}{2}}\log_5^{(2x-1)} \geq 0$ ⑥

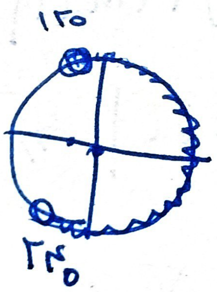
$\log_5^{(2x-1)} \leq 1 \Rightarrow 2x-1 \leq 5$ $\quad (\frac{1}{2})^0=1$

$\Rightarrow 2x \leq 6$ ۲

$D_f = \quad 1<x\leq 3 \to D_f=(1,3]$ ✓ $\quad x \leq 3$

$\log_5^{(2x-1)}>0 \quad 2x-1>1 \quad 2x>2 \Rightarrow \boxed{x>1}$ *

الف) $\log(۲\cos x+۱)$ $\quad$ $۲\cos x+۱>۰$



$۲\cos x>-۱ \qquad \cos x>-\frac{۱}{۲}$ ✓

$$D_f=\left(۲k\pi-\frac{۲\pi}{۳}\,,\ ۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}\right)$$

ب) $\sqrt{\log\frac{x-۱}{x+۱}}$ $\qquad \log\frac{x-۱}{x+۱}\geqslant ۰ \Rightarrow \frac{x-۱}{x+۱}\geqslant ۱$

⑩ یا هر عددی (درست یا هم نیست)

و ۲ $\quad \frac{x-۱}{x+۱}>۰ \Big\} \frac{x-۱}{x+۱}\geqslant$

$$\frac{x-۱}{x+۱}\geqslant ۱ \rightarrow \frac{x-۱}{x+۱}-۱\geqslant ۰ \qquad \frac{\cancel{x}-۱-\cancel{x}-۱}{x+۱}=\frac{-۲}{x+۱}\geqslant ۰$$

$x+۱<۰ \rightarrow x<-۱ \Rightarrow D_f=(-\infty,-۱)$

⑧ چون تنها ۱ بازه است پس معادله درجه ۱ است .

$\Rightarrow \{a+۲=۰ \Rightarrow a=-۲$

$-۲x+b \xrightarrow{x=۳} \underbrace{-۲(۳)}_{-۶}+b=۰ \quad \boxed{b=۶}$ ✓ ۲

۹

$x^۲+۲mx+(۲-m^۲) \rightarrow$ باید Δ نداشته باشد و همواره مثبت باشد
ریشه
یا ریشه مضاعف داشته باشد

$\Rightarrow \Delta \leq 0 \rightarrow ۴-۴(۲-m^۲) \leq 0 \quad \underbrace{۴-۸}_{-۴} + ۴m^۲ \leq 0$ ✓

$۴m^۲ \leq +۴ \rightarrow m^۲ \leq +۱ \Rightarrow -۱ \leq m \leq ۱$

چون ضریب $x^۲$ مثبت بوده و وقتی ریشه نداشته باشد همواره مثبت است.

$m = [-۱ , ۱] \Rightarrow max - min \rightarrow ۱-(-۱) = \boxed{۲}$

۱۰

$$f(x) = \frac{\sqrt{۴-x^۲}}{[x]+[-x]+۱}$$

$[x]+[-x] \neq -۱$

$Z \leftarrow$ فقط اعداد صحیح

✓

$۴-x^۲ \geq 0 \quad x^۲ \leq ۴ \quad -۲ \leq x \leq ۲$

۵ عدد صحیح