Subject:

Year: ۱۴۰۴ Month: ۱۲ Day: ۲۳

به نام خدا

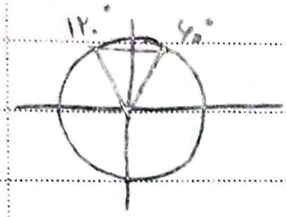
فاطمه متقی - ۲۷

page: ( )

۱۹,۷۵

۱)

$S = ۴,۵ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times \sqrt{۳} \times \sin\alpha \longrightarrow \sin\alpha = \frac{۴,۵}{۳\sqrt{۳}} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲\times۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$



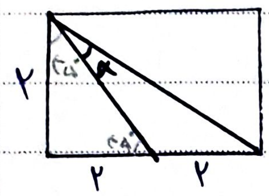
$Max\ \alpha = ۱۲۰°$

$min\ \alpha = ۶۰°$

$\frac{max}{min} = ۲$

۱,۷۵

۲)

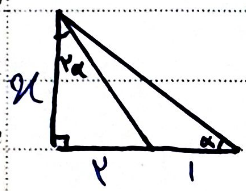


$\cot(۴۵+\alpha) = \frac{۱}{۲} = \frac{۱ - \tan۴۵° \cdot \tan\alpha}{\tan۴۵° + \tan\alpha} = \frac{۱ - \tan\alpha}{۱ + \tan\alpha}$

۲

طرفین وسطین $\longrightarrow ۲ - ۲\tan\alpha = ۱ + \tan\alpha \Rightarrow ۳\tan\alpha = ۱ \longrightarrow \boxed{\cot\alpha = ۳}$

۳)



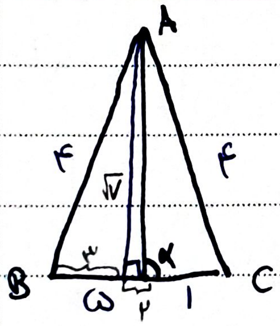
$\cot ۲\alpha = \frac{x}{۲}$, $\cot\alpha = \frac{۳}{x}$, $\cot ۲\alpha = \frac{\cot^۲\alpha - ۱}{۲\cot\alpha}$

۲

$\frac{x}{۲} = \frac{\frac{۹-x^۲}{x^۲}}{\frac{۶}{x}} \Rightarrow \frac{x}{۲} = \frac{۹-x^۲}{۶x} \longrightarrow ۳x^۲ = ۹ - x^۲ \rightarrow x^۲ = \frac{۹}{۴}$

$x = \frac{۳}{۲} \longrightarrow \cot\alpha = ۲$

۴) ارتفاع و میانه در مثلث متساوی الساقین یکسان است



$h_a = \sqrt{۷} \Rightarrow \tan(۱۸۰ - \alpha) = -\tan\alpha$

$\hookrightarrow \tan\alpha = \frac{\sqrt{۷}}{۲} \Rightarrow \tan\alpha = -\frac{\sqrt{۷}}{۲}$

۲

۵)

$۲\sin^۲x + \cos^۲x = \frac{۴}{۳} \longrightarrow \overbrace{\cancel{\sin^۲x + \cos^۲x}}^{۱} + \sin^۲x = \frac{۴}{۳}$

۲

$\sin^۲x = \frac{۱}{۳} \longrightarrow \cot^۲x = \frac{۱}{\sin^۲x} - ۱ \Rightarrow \cot^۲x = ۲ \longrightarrow \tan^۲x = \frac{۱}{۲}$

۶)

$\frac{\sin^۴\alpha + ۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha} - \frac{\cos^۴\alpha + ۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha} \Rightarrow \frac{(۱-\cos^۲\alpha)^۲ + ۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha} - \frac{(۱-\sin^۲\alpha)^۲ + ۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha}$

۶

$\hookrightarrow \frac{\cos^۴\alpha + ۲\cos^۲\alpha + ۱}{۱+\cos^۲\alpha} - \frac{\sin^۴\alpha + ۲\sin^۲\alpha + ۱}{۱+\sin^۲\alpha} \longrightarrow \frac{(۱+\cos^۲\alpha)^۲}{۱+\cos^۲\alpha} - \frac{(۱+\sin^۲\alpha)^۲}{(۱+\sin^۲\alpha)}$

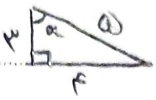
$۱ + \cos^۲\alpha - ۱ - \sin^۲\alpha = \cos ۲\alpha$

(۷

$$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha\right)\cos\left(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha\right)-\underbrace{\tan\left(\alpha-\frac{۳\pi}{۲}\right)}\rightarrow\tan\left(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha\right)$$

۵

$$\cos\alpha\times(-\sin\alpha)+\cot\alpha$$



$$\longrightarrow \frac{۳}{۵}\times\frac{-۴}{۵}+\frac{۳}{۴}=\frac{-۴۸+۷۵}{۱۰۰}=۰/۲۷$$

(۸

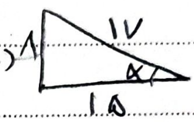
$$۳\cos ۴\alpha+\sqrt{۲}\sin\alpha-\sqrt{۲}\cos\alpha \Rightarrow ۳\cos\frac{\pi}{۳}+\sqrt{۲}(\sin\alpha-\cos\alpha)$$

۵

$$\frac{۳}{۲}+\sqrt{۲}\left(\sqrt{۲}\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{۴}\right)\right)=\frac{۳}{۲}+۲\sin\left(\frac{\pi}{۱۲}-\frac{\pi}{۴}\right)=\frac{۳}{۲}-۲\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۳}{۲}-۱=\boxed{\frac{۱}{۲}}$$

(۹

$$\tan\alpha=\frac{۲\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}{۱-\tan^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۵}{۱۶}}=\frac{۸}{۱۵}\Rightarrow$$



$$\cos\alpha=\frac{۱۵}{۱۷} \qquad \sin\alpha=\frac{۸}{۱۷}$$

۵

$$\frac{\frac{۸}{۱۵}-\frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷}-\frac{۱۵}{۱۷}}=\frac{\frac{۸(۱۷-۱۵)}{۱۵\times ۱۷}}{\frac{۸-۱۵}{۱۷}}=\frac{-۱۶}{۱۰۵}$$

(۱۰

۵

① $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\times\frac{۱}{\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin^{۲}\alpha}>۰ \Rightarrow \cos\alpha>۰$

② $۲\sin\alpha<۲\sin\alpha\cos\alpha \Rightarrow \sin\alpha(\overbrace{۱-\cos\alpha}^{\text{همواره نامنفی}})<۰ \Rightarrow \sin\alpha<۰$

① و ② $\Rightarrow \cos\alpha>۰$ و $\sin\alpha<۰ \longrightarrow$

$\longrightarrow$ ناحیه چهارم