هلیا عقاری ۲۰

۱

$$1-\log_c^{(ax-b)} \xrightarrow{(۰,۲)} 1-\log_c^{-b}=۲ \Rightarrow \log_c^{-b}=-1$$

$b<0$ ★ , $c>0$ ★

$$\Rightarrow \frac{1}{c}=-b \Rightarrow b+c=-\frac{۳}{۲} \to -b=c+\frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{1}{c}=c+\frac{۳}{۲} \xrightarrow{\times ۲c}$$

$$= ۲=۲c^۲+۳c \Rightarrow ۲c^۲+۳c-۲=۰ \Rightarrow c=\frac{-۳\pm ۵}{۴} \to c=-۲ , \frac{1}{۲}$$

$\Delta=۹+۱۶=۲۵$

دامنه b . log $\xrightarrow{★}$ $c=\frac{1}{۲}$, $\frac{1}{c}=-b \Rightarrow b=-۲$

۴

$$y=1-\log_c^{(ax-b)} \xrightarrow{(-\frac{۳}{۲},۰)} 1-\log_{\frac{1}{۲}}(-\frac{۳}{۲}a+۲)=۰ \Rightarrow \log_{\frac{1}{۲}}^{(-1.۵a+۲)}=1$$

$$-\frac{۳}{۲}a+۲=\frac{1}{۲} \to -\frac{۳}{۲}a=\frac{1}{۲}-۲=-\frac{۳}{۲} \to a=1$$

$$(a+c)b=(1+\frac{1}{۲})(-۲)=\frac{۳}{\cancel{۲}}\times -\cancel{۲}=-۳$$

۲

$$y=1+c\times ۳^{a+bx} \xrightarrow{(۰,\frac{۲}{۳})} 1+c\times ۳^a=\frac{۲}{۳} \to c\times ۳^a=-\frac{1}{۳} \to ۳^a=-\frac{1}{۳c}$$

۴

$$\xrightarrow{(1,۰)} 1+c\times ۳^a\times ۳^b=۰ \to c\times ۳^a\times ۳^b=-1 \to \cancel{c}\times -\frac{1}{۳\cancel{c}}\times ۳^b=-1$$

$$۳^b=-1\times -۳=۳ \Rightarrow b=1$$

$$f(-1)=1+c\times ۳^{a-1}=1+c\times ۳^a\times\frac{1}{۳}=1+\cancel{c}\times -\frac{1}{۳\cancel{c}}\times\frac{1}{۳}$$

$$=1-\frac{1}{۹}=\frac{۸}{۹}$$

۳

$$y=c+\log_۵(ax+b) \xrightarrow{(۰,۲)} c+\log_۵^b=۲ \to \log_۵^b=۲-c$$

$$\xrightarrow{(۲/۴,۰)} c+\log_۵^{(۲/۴a+b)}=۰ \to \log_۵^{(۲/۴a+b)}=-c$$

۴

$$\Rightarrow \log_۵^{(۲/۴a+b)}-\log_۵^b=\cancel{-c}-۲+\cancel{c} \Rightarrow \log_۵\frac{(۲/۴a+b)}{b}=-۲$$

$$\Rightarrow \frac{۲/۴a}{b}+1=\frac{1}{۲۵} \to ۲/۴\times\frac{a}{b}=-\frac{۲۴}{۲۵} \to \frac{a}{b}=\frac{\cancel{۱۰}^{۲}}{\cancel{۲۴}}\times -\frac{\cancel{۲۴}}{\cancel{۲۵}_{۵}}=-\frac{۲}{۵}$$

$\log_4(|x^2-2|-x)>0 \Rightarrow |x^2-2|-x>0$

$x\geq\sqrt2$, $x\leq-\sqrt2 \Rightarrow x^2-x-2>0 \to (x-2)(x+1)>0$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$\Rightarrow x=(-\infty,-\sqrt2)\cup(2,+\infty)$ ★

$-\sqrt2<x<\sqrt2 \Rightarrow x^2+x-2<0 \to (x+2)(x-1)<0$ $\begin{array}{ccccc} & -2 & & 1 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$x=(-\sqrt2,1)$ ★

$\xrightarrow{★} \mathbb{R}-[1,2]$

5

$f(1)=2+2^{b-a}$, $g(1)=-1-3+8=4$

$f(1)=g(1)\Rightarrow 2+2^{b-a}=4\to 2^{b-a}=2\to b-a=1$

$f^{-1}(10)=-1\to f(-1)=10\to 2+2^{b+a}=10\to 2^{b+a}=8\to b+a=3$

$\begin{cases} b-a=1 \\ b+a=3 \end{cases} \Rightarrow 2b=4\to b=2,\ a=1$ $2b-a=4-1=3$

6

$f(1)=(1)^2-1=0 \to -2+\left(\frac12\right)^{A+B}=0\to\left(\frac12\right)^{A+B}=2\to A+B=-1$

$f(2)=2^2-2=2\to -2+\left(\frac12\right)^{2A+B}=2\to\left(\frac12\right)^{2A+B}=4\to 2A+B=-2$

$\begin{cases} A+B=-1 \\ 2A+B=-2 \end{cases} \Rightarrow A=-1,\ B=0$ $f(3)=-2+\left(\frac12\right)^{-3}=-2+8=6$

7

$m=m_0\times\left(\frac89\right)^t \xrightarrow{t=1} \frac89=m_0\times\frac89\to m_0=1$

$\frac16=1\times\left(\frac89\right)^t\to t=\log_{\frac89}\frac16=\dfrac{-\log_5 6}{3\log_5 2-2\log_5 3}\to\dfrac{-\left(\frac{10}{24}+\frac{10}{14}\right)}{3\times\frac{5}{12}-2\times\frac{5}{7}}$

$=\dfrac{-\left(\frac{5}{12}+\frac{5}{7}\right)}{\frac54-\frac{10}{7}}=\dfrac{-\frac{95}{\cancel{84}_{3}}}{-\frac{5}{\cancel{28}}}\times\cancel{60}^{20}$ دقیقه $=\dfrac{95\times 20}{5}\approx 380$ دقیقه

۸

$$m=\left(\frac{۸۷/۵}{۱۰۰}\right)^{t}=\left(\frac{۷}{۸}\right)^{t}$$

$$\frac{۱}{۷}=\left(\frac{۷}{۸}\right)^{t}\rightarrow t=\log_{\frac{۷}{۸}}\frac{۱}{۷}\rightarrow t=\frac{-\log_{۳}^{۷}}{\log_{۳}^{۷}-\log_{۳}^{۸}}$$

$$=\frac{-\log_{۳}^{۷}}{\log_{۳}^{۷}-۳\log_{۳}^{۲}}=\frac{-\frac{۵}{۳}}{-\frac{۵}{۲۴}}=۸\times۷=\boxed{۵۶}\text{ روز}$$

$$\frac{۵}{۳}-\frac{۱۵}{۸}=\frac{۴۰-۴۵}{۲۴}=\frac{-۵}{۲۴}$$

۹

$$\text{غلظت}\ \left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^{n}$$

$$\frac{۱}{۳}=\left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^{n}\Rightarrow n=\log_{\frac{۹۶}{۱۰۰}}\frac{۱}{۳}=\frac{-\log_{۱۰}^{۳}}{\log_{۱۰}^{۲۴}-\log_{۱۰}^{۲۵}}$$

$$\frac{۹۶}{۱۰۰}=\frac{۲۴}{۲۵}$$

$$\underbrace{۳\log_{۱۰}^{۲}+\log_{۱۰}^{۳}}\qquad \log_{۱۰}^{۱۰۰}-۲\log_{۱۰}^{۲}$$

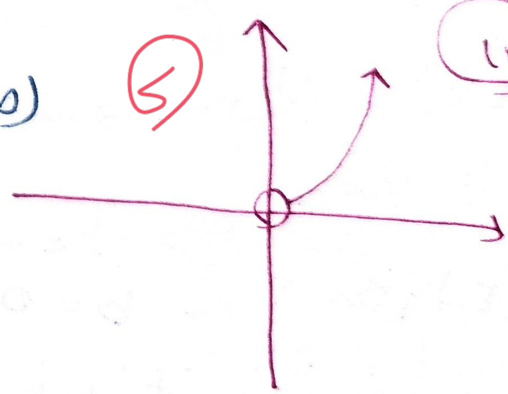
$$۰/۹+۰/۴۸\qquad ۲-\frac{۶}{۱۰}=\frac{۱۴}{۱۰}$$

$$=۱/۳۸-۱/۴=-۰/۰۲$$

$$\frac{-\frac{۴۸}{۱۰۰}}{-\frac{۲}{۱۰۰}}=۲۴\text{ روز}$$

۱۰

الف) $y=۹^{\log_{۳}^{x}}=x^{\log_{۳}^{۹}}=x^{۲}\qquad D_f=(۰,+\infty)$



ب) $\log x^{۲}\rightarrow ۲\log|x|$