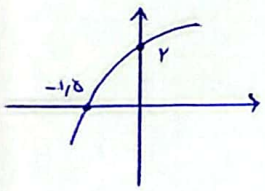
1

نمودار تابع $y=1-\log_c^{(ax+b)}$ مقابل کدام است؟ اگر $b+c=-\frac{3}{2}$ باشد حاصل $(a+c)b$ را بیابید؟



$\left|\begin{matrix}0\\2\end{matrix}\right. \rightarrow 1-\log_c^{-b}=2 \Rightarrow \log_c^{-b}=-1 \rightarrow -b=c^{-1}$

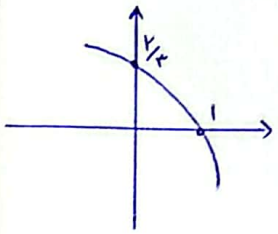
$\left|\begin{matrix}-\frac{3}{2}\\0\end{matrix}\right. \rightarrow 1-\log_c^{-\frac{3}{2}a-b}=0 \Rightarrow -\frac{3}{2}a-b=c \Rightarrow -\frac{3}{2}a=b+c \xrightarrow{\times -\frac{2}{3}} a=1$

$b+c=-\frac{3}{2} \rightarrow -\frac{1}{c}+c=-\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{c^2-1}{c}=-\frac{3}{2} \Rightarrow 2c^2+3c-2=0 \rightarrow c=\frac{1}{2}\checkmark \quad c=-2\times$

$-b=\frac{1}{c} \Rightarrow b=-2$ $\quad (a+c)b \Rightarrow (1+\frac{1}{2})\times -2=\boxed{-3}$

2

نمودار تابع $f(x)=1+c\times 2^{ax+bx}$ مقابل کدام است؟ $f(-1)$ را بیابید؟



$\left|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right. \Rightarrow 1+c\times 2^{a+b}=0 \Rightarrow c\times 2^{a+b}=-1$

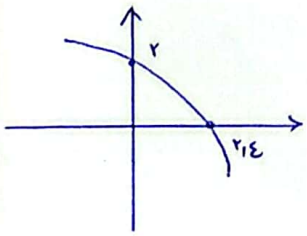
$\left|\begin{matrix}0\\\frac{2}{3}\end{matrix}\right. \Rightarrow 1+c\times 2^{a}=\frac{2}{3} \Rightarrow c\times 2^{a}=-\frac{1}{3} \rightarrow 2^{b}=2 \quad b=1$

$f(x)=1+c\times 2^{a}\times 2^{ax}=1-\frac{1}{3}\times 2^{ax}$

$f(-1)=1-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$

3

نمودار تابع $y=c+\log_a^{(ax+b)}$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ را بیابید؟



$\left|\begin{matrix}0\\2\end{matrix}\right. \rightarrow c+\log_a^{b}=2$

$\left|\begin{matrix}21\\4\\0\end{matrix}\right. \rightarrow c+\log_a^{21a+b}=0$ $\Big\} \rightarrow \log_a^{b}-\log_a^{21a+b}=2$

$\log_a^{\frac{b}{21a+b}}=2 \Rightarrow$

$\frac{b}{21a+b}=2a \rightarrow b=42a+2ab \Rightarrow 21b=-42a$

$\frac{a}{b}=\frac{-21}{42}=\boxed{-\frac{2}{5}}$

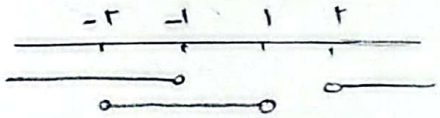
4

دامنه تابع با ضابطه $f(x)=\log_4^{(|x^2-2|-x)}$ را بیابید؟

$|x^2-2|-x>0$

$|x^2-2|>x \rightarrow x^2-2>x \rightarrow x^2-x-2>0$ (نمودار: -1، 2)

$x^2-2<-x \rightarrow x^2+x-2<0$ (نمودار: -2، 1)



$D_f=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

5

نمودار تابع $f(x)=2+2^{bx-ax}$ از نقطه‌ای به طول ۱+ تقطع می‌کند نمودار $g(x)=-x^2-4x+8$ در نقطه‌ای به طول ۱+ تقطع می‌کند اگر $f^{-1}(1)=-1$ باشد مقدار $2b-a$ را بیابید؟

$2+2^{b-a}=-1-4+8 \Rightarrow 2^{b-a}=2$

$b-a=1$

$f^{-1}(1)=-1 \rightarrow (-1,1) \rightsquigarrow 2+2^{b+a}=10 \rightarrow 2^{b+a}=8=b+a=3$

$b+a=3$

$b-a=1 \rightarrow 2b=4$

$b=2 \quad a=1$

$2b-a=2(2)-1=\boxed{3}$

Scanned with CamScanner

نمودار یک تابع نمایی به معادله $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$ و نمودار تابع $y = x^2 - x$ در دو نقطه به طول های x_1 و x_2 متقاطع اند. $f(x_2)$ را بیابید.

$x^2 - x \longrightarrow x = 1 \Rightarrow 1-1 = 0 \quad (1,0)$

$\longrightarrow x = 2 \Rightarrow 4-2 = 2 \quad (2,2)$

$(1,0) \rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 2 \Rightarrow A+B = -1$

$(2,2) \rightarrow 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 2 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 4 \rightarrow 2A+B = -2$

$\Rightarrow A = -1, \quad B = 0$

$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \Rightarrow f(2) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -2 + 8 = \boxed{6}$

6

مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ۹ ساعت $\frac{1}{8}$ از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه $\frac{1}{4}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_2^8 \simeq 2.8$, $\log_2^{10} \simeq 1.4$)

$m = m_0 \times \left(\frac{1}{8}\right)^t$

$\frac{1}{4} m_0 = m_0 \left(\frac{1}{8}\right)^t \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{8}\right)^t \rightarrow \log_5^{1/4} = \log_5^{(1/8)^t}$

$\log_5^1 - \log_5^4 = t\left(\log_5^1 - \log_5^9\right) \Rightarrow -\left(\log_5^2 + \log_5^2\right) = t\left(3\log_5^2 + 2\log_5^3\right)$

$\log_5^2 = \frac{1}{\log_2^5} = \frac{1}{2.8} = \frac{5}{14}$

$\log_5^3 = \frac{1}{\log_3^5} = \frac{1}{1.4} = \frac{5}{7}$

$-\left(\frac{5}{7} + \frac{5}{14}\right) = t\left(3 \times \frac{5}{14} + 2 \times \frac{5}{7}\right)$

$t = \frac{19}{4} \Rightarrow t = \frac{19}{4} \times 40 = \boxed{380 \text{ min}}$

7

مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته 12.5 درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند روز $\frac{1}{7}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_2^7 \simeq 1.4$, $\log_7^2 \simeq 0.4$)

$m = m_0 \times \left(\frac{7}{8}\right)^t$

$\frac{1}{7} m_0 = m_0 \times \left(\frac{7}{8}\right)^t \rightarrow \frac{1}{7} = \left(\frac{7}{8}\right)^t \Rightarrow \log_2^{1/7} = \log_2^{(7/8)^t} \Rightarrow -\log_2^7 = t\left(\log_2^7 - \log_2^8\right)$

$\log_2^7 = \frac{1}{\log_7^2} = \frac{1}{0.4} = \frac{10}{4}$

$\log_2^8 = 3\log_2^2 = \frac{3}{\log_2^2} = \frac{3}{1.4} = \frac{15}{7}$

$-\frac{10}{4} = t\left(\frac{10}{4} - \frac{15}{7}\right)$

$t = 7$

$t = 7 \times 7 = \boxed{49 \text{ day}}$

8

در حوضی ۱۰۰ لیتر محلول شکر داریم. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن $\frac{1}{2}$ غلظت اولیه می‌شود؟ ($\log_2^{96} \simeq 6.58$, $\log_2^{100} \simeq 6.64$)

$A = A_0 \times \left(\frac{96}{100}\right)^n$

$\frac{1}{2} A_0 = A_0 \times \left(\frac{96}{100}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{96}{100}\right)^n \rightarrow \log_{10}^{1/2} = \log_{10}^{\left(\frac{96}{100}\right)^n} \rightarrow -\log 2 = n\left(\log \frac{96}{100}\right)$

$-\log 2 = n\left(5\log 2 + \log 3 - \log 100\right) \Rightarrow -0.3 = n(5 \times 0.3 + 0.48 - 2)$

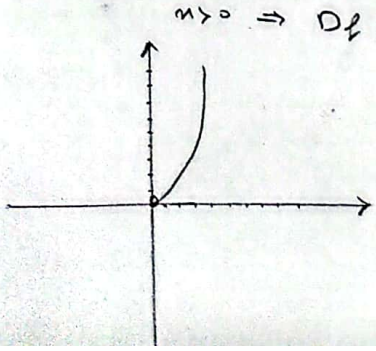
$n = \frac{-0.3}{-0.02} = \boxed{24}$

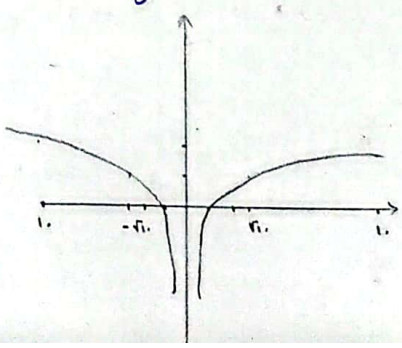
9

شکل نمودار توابع زیر را رسم کنید. $y = \log_3 x^2$ (الف $\quad y = 9^{\log_3 x}$

$x^2 > 0 \Rightarrow D_f = (0, +\infty)$

$x^9 = x^2$





x	y
-10	2
$-\sqrt{10}$	1
-1	0
$\sqrt{10}$	1
10	2

10

Scanned with CamScanner