نام و نام خانوادگی ......ثمین اسمری.............. پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..(۲۵).. کلاس ......یازدهم تجربی (B)......

۱

$x=0 \longrightarrow 1-\log_c^{-b} = y = 2 \Rightarrow \log_c^{-b} = -1 \rightarrow -b = \frac{1}{c} \rightarrow b = -\frac{1}{c}$

$b+c = c-\frac{1}{c} = -\frac{3}{2} \rightarrow c^2-1 = -\frac{3}{2}c \rightarrow c^2+\frac{3}{2}c-1=0 \rightarrow \Delta = \frac{9}{4}-4(-1) = \frac{25}{4}$

$c = \frac{-\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}}{2} \xrightarrow{c>0} c = \frac{\frac{5}{2}-\frac{3}{2}}{2} = \frac{\frac{2}{2}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$

$x = -\frac{3}{2} \rightarrow y = 1-\log_{\frac{1}{2}}^{-\frac{3}{2}a+2} = 0 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{-\frac{3}{2}a+2} = 1 \rightarrow -\frac{3}{2}a+2 = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}a = 2-\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow a=1$

$(a+c)\times b = (1+\frac{1}{2})\times(-2) = \frac{3}{2}(-2) = -3$

۲

$f(1) = 1+c\times 3^{a+b} = 0 \rightarrow c\times 3^{a+b} = -1$

$f(0) = 1+c\times 3^{a} = \frac{2}{3} \rightarrow c\times 3^{a} = \frac{2}{3}-1 = -\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{f(1)}{f(0)} = \frac{c\times 3^{a+b}}{c\times 3^{a}} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3 = 3^b \rightarrow b=1$

$f(-1) = 1+c\times 3^{a-b} = 1+c\times 3^{a-1} = 1+c\times 3^{a}\times 3^{-1} \longrightarrow 1+\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3} = 1-\frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

از $f(0)$ می‌توان نتیجه گرفت: $c\times 3^{a} = -\frac{1}{3}$

۳

$x=0 \rightarrow y_1 = c+\log_5^{b} = 2$

$x=2.4 \rightarrow y_2 = c+\log_5^{2.4a+b} = 0$

$\longrightarrow y_1-y_2 = 2 = \log_5^{b} - \log_5^{2.4a+b} = \log_5^{\frac{b}{2.4a+b}}$

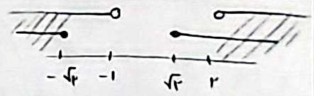
$\Rightarrow 5^2 = 25 = \frac{b}{2.4a+b} \rightarrow 25b+60a = b \rightarrow 60a = -24b \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-24}{60} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$

۴

$x^2-2=0 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

$x \geq \sqrt{2}$ یا $x \leq -\sqrt{2} \longrightarrow x^2-x-2 > 0$, $(x-2)(x+1) > 0$

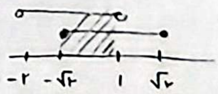
-1		2	
+	−	+	



$x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup (2, +\infty)$ ①

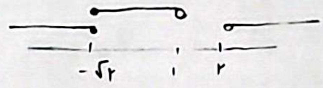
$-\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \rightarrow 2-x^2-x > 0 \rightarrow x^2+x-2 < 0$, $(x+2)(x-1)$

-2		1	
+	−	+	



$x \in [-\sqrt{2}, 1)$ ②

①∪② :



$\rightarrow D = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

۵

$g(1) = -1-3+8 = 8-4 = 4 \longrightarrow f(1) = 2+2^{b-a} = 4 \rightarrow 2^{b-a} = 2 \rightarrow b-a = 1$

$f^{-1}(10) = -1 \rightarrow f(-1) = 10 \longrightarrow f(-1) = 2+2^{b+a} = 10 \rightarrow 2^{b+a} = 8 = 2^3 \rightarrow b+a = 3$

$\begin{cases} b-a=1 \\ b+a=3 \end{cases} \rightarrow 2b = 4 \rightarrow b=2,\ a=1 \rightarrow 2b-a = 2(2)-1 = 4-1 = 3$

6

$f(x) = -2 + (2^{-1})^{Ax+B} = -2 + 2^{-Ax-B}$

$x=1 \to y = 1-1 = 0 \to f(1) = -2 + 2^{-A-B} = 0 \to 2^{-A-B} = 2 \to -A-B = 1 \to A+B = -1$

$x=2 \to y = 2^2 - 2 = 4-2 = 2 \to f(2) = -2 + 2^{-2A-B} = 2 \to 2^{-2A-B} = 4 = 2^2 \to -2A-B = 2 \to 2A+B = -2$

$\begin{cases} A+B=-1 \\ 2A+B=-2 \end{cases} \longrightarrow A=-1, B=0 \to f(x) = -2+2^x \to f(3) = -2+2^3 = 8-2 = 6$

7

در هر مرحله که $\frac{1}{9}$ جرم باتیل‌زده از دست می‌رود، $\frac{8}{9}$ جرم باتیل‌زده باقی می‌ماند یعنی:

$f(n) = m\left(\frac{8}{9}\right)^n$ ← هر ساعت ؛ m: جرم اولیه

$\to m\left(\frac{8}{9}\right)^n = \frac{m}{6} \to \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^n = \frac{1}{6} = \frac{2^{3n}}{3^{2n}} \Rightarrow 3^{2n} = 6\times 2^{3n} = 3\times 2^{3n+1} \Rightarrow 3^{2n-1} = 2^{3n+1}$

$\to \log_5 3^{2n-1} = \log_5 2^{3n+1} \Rightarrow (2n-1)\log_5 3 = (3n+1)\log_5 2 \Rightarrow (2n-1)\left(\frac{10}{14}\right) = (3n+1)\left(\frac{10}{24}\right)$

$\Rightarrow 7(3n+1) = 12(2n-1) \to 21n+7 = 24n-12 \to 19 = 3n \to n = \frac{19}{3}$ ساعت $= \frac{19}{3}\times 60 = 19\times 20 = 380$ دقیقه

8

در هر هفته $\frac{12.5}{100} = \frac{1}{8}$ جرم باقی‌مانده از بین می‌رود یعنی $\frac{7}{8}$ باقی‌مانده، باقی می‌ماند:

$f(n) = m\left(\frac{7}{8}\right)^n$ ← هر هفته ؛ m: جرم اولیه

$\to m\left(\frac{7}{8}\right)^n = \frac{m}{7} \to \left(\frac{7}{8}\right)^n = \frac{1}{7} = \frac{7^n}{2^{3n}} \to 7^{n+1} = 2^{3n}$

$\to \log_3 7^{n+1} = \log_3 2^{3n} \Rightarrow (n+1)\log_3 7 = 3n\log_3 2 \Rightarrow (n+1)\left(\frac{10}{12}\right) = 3n\left(\frac{10}{32}\right)$

$3n(3) = 8(n+1) \to 9n = 8n+8 \to n = 8$ هفته $\Rightarrow 8\times 7 = 56$ روز

9

در هر روز $\frac{96}{100}$ غلظت قبلی، غلظت جدید است یعنی:

$f(n) = m\left(\frac{96}{100}\right)^n$ ← هر روز ؛ m: غلظت اولیه

$\to m\left(\frac{96}{100}\right)^n = \frac{m}{3} \to \log\left(\frac{96}{100}\right)^n = \log\frac{1}{3} = -\log 3 = -0.48 = n(\log 96 - \log 100)$

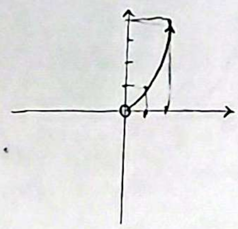
$= n(\log 3\times 2^5 - 2) = n(\log 3 + 5\log 2 - 2) = n(0.48 + 1.5 - 2) = -0.02n$

$\to n = \frac{-0.48}{-0.02} = \frac{48}{2} = 24$ روز

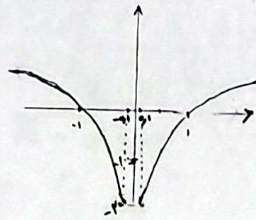
10

الف) $y = 9^{\log_3 x} = x^{\log_3 9} = x^2$

$\to D: x > 0$



ب) $D = \mathbb{R} - \{0\}$



چون به ازای مقادیر منفی هم تعریف می‌شود و نمودار $\log x^2$ به ازای $x>0$ در سمت xهای منفی قرینه می‌شود.

(نمودار $\log x^2$ به ازای $x>0$ را می‌توان نمودار $\log x$ بعلاوه ۲ در نظر گرفت)