۲۰

نام و نام خانوادگی .... سما فیضی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۳... کلاس یازدهم دخترانه گروه B

۱

$\log_{n}^{m} = a$ $\log_{mn}^{m^{۲}n} = b$ $[b] = ?$ اگر $a>۰$

$\downarrow$ $\downarrow$

$m = n^{a}$ $b = \log_{mn}^{m^{۲}n} = \log_{(n^{a})n}^{(n^{a})^{۲}n} = \log_{n^{a+۱}}^{n^{۲a+۱}} \Rightarrow \frac{۲a+۱}{a+۱}\overset{۱}{\cancel{\log_{n}^{n}}}$

۲

$\frac{a+a+۱}{a+۱} \Rightarrow \frac{a}{a+۱}+۱ \xRightarrow{a>۰} ۰<\frac{a}{a+۱}<۱ \Rightarrow ۱<\frac{a}{a+۱}+۱<۲ \Rightarrow ۱<b<۲ \Rightarrow [b]=\boxed{۱}$

۲

الف) $y=\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}}}$ دامنه؟

$\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}^{x}}>۰ \xrightarrow{x>۰} \log_{\frac{۱}{۲}}^{x} > \log_{\frac{۱}{۲}}^{۱}$ $۰<\frac{۱}{۲}<۱$

$x<۱ \rightarrow D_y = ۰<x<۱$

ب) $y = \frac{\log_{۴}^{(x^{۲}-x-۲)}}{\sqrt{x^{۲}-۱}+۱}$ دامنه؟

$x^{۲}-x-۲>۰ \rightarrow x<-۱$ یا $x>۲$

۲

$x^{۲}-۱\geq ۰ \rightarrow x\leq -۱$ یا $x\geq ۱$

اشتراک $D_y = (-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$

۳

$۲\log_{x}^{a} + \log_{a}^{\sqrt{x}} = ۲$ $x=۹$ $a=?$

$۲\log_{۳^{۲}}^{a} + \log_{a}^{۳} = ۲$

۲

$\cancel{۲}(\frac{۱}{\cancel{۲}})\log_{۳}^{a} + \frac{۱}{\log_{۳}^{a}} = ۲ \Rightarrow (t+\frac{۱}{t}=۲)\times t \Rightarrow t^{۲}-۲t+۱=۰$

$(t-۱)^{۲}=۰ \Rightarrow t=۱ \Rightarrow \log_{۳}^{a}=۱ \Rightarrow \boxed{a=۳}$ $۱-(-۳/۶)=\boxed{۴/۶}$

۴

$\log ۳\simeq ۰/۴$ و $\log ۲\simeq ۰/۳$ $\underbrace{(\log\frac{۵}{۳})}_{a}x^{۲}+\underbrace{(\log ۹)}_{b}x-\underbrace{\log ۱۵}_{c}=۰$ اختلاف ریشه‌های؟

$\star\rightarrow \log ۵ = \log \overset{۱}{۱۰} - \overset{۰/۳}{\log ۲}$ $\frac{۱۰}{۲}$

$\underbrace{(\log ۵-\log ۳)}_{a}x^{۲} + \underbrace{(\log ۳+\log ۳)}_{b}x - \underbrace{(\log ۳+\log ۵)}_{c}=۰$

۲

$a+b+c=۰$

$\rightarrow x=\boxed{۱}$ و $x=\frac{c}{a}=\frac{-(\overset{۰/۴}{\log ۳}+\overset{۰/۷}{\log ۵})}{+(\underset{۰/۷}{\log ۵}-\underset{۰/۴}{\log ۳})} \Rightarrow -\frac{۱/۱}{۰/۳}\simeq\boxed{-۳/۶}$

۵

$\log_{۲}^{۷}=۲/۸$ و $\log_{۵}^{۲}=۰/۵$ $\log_{۱۴}^{۱۰}=?$

۲

$\log_{۱۴}^{۱۰} \Rightarrow \frac{\log ۱۰}{\log ۱۴} \Rightarrow \frac{\log_{۲}^{۱۰}}{\log_{۲}^{۱۴}}$ $۱۰\rightarrow ۵\times ۲$ $۱۴\rightarrow ۷\times ۲$ $\Rightarrow \frac{\overset{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۲}}}+\log_{۲}^{۵}}{\overset{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۲}}}+\log_{۲}^{۷}} \Rightarrow \frac{۱+\overset{۲}{\cancel{\frac{۱}{\log_{۵}^{۲}}}}}{۱+۲/۸}$

$\Rightarrow \frac{۳}{۳/۸}\simeq\boxed{۰/۷۹}$

$\log_{۳}^{۵} = ۱/۵$ و $\log_{۲}^{۳} = ۱/۶$ $\log_{۱۵}^{۹} = ?$

$\log_{۱۵}^{۹۰} \Rightarrow \frac{\log ۹۰}{\log ۱۵} \Rightarrow \frac{\log_{۳}^{۹۰ \to ۲\times۳}}{\log_{۳}^{۱۵ \to ۳\times۵}} \Rightarrow \frac{\cancel{\log_{۳}^{۳}}^{۱} + \log_{۳}^{۲}}{\cancel{\log_{۳}^{۳}}_{۱} + \log_{۳}^{۵}} \Rightarrow \frac{۱+\cancel{\frac{۱}{\log_{۲}^{۳}}}^{۰/۶۲۵}}{۱+۱/۵}$ ✓

$\Rightarrow \frac{۱/۶۲۵}{۲/۵} = \boxed{۰/۶۵}$

۶

$\log_{۸}^{۱۸} = m$ $\log_{۴}^{۱۲} = ?$

$\log_{۴}^{۱۲} \Rightarrow \cancel{\log_{۴}^{۴}}^{۱} + \log_{\cancel{۴}\,۲^۲}^{۳} \Rightarrow ۱+\frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳}$ ✓

$\frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۱۸} = m \Rightarrow \log_{۲}^{۱۸ \to ۳^۲\times۲} = ۳m \Rightarrow \cancel{\log_{۲}^{۲}}^{۱} + ۲\log_{۲}^{۳} = ۳m \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} ۱+\frac{۱}{۲}\left(\frac{۳m-۱}{۲}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{۳m+۳}{۴} \text{ یا } \frac{۳}{۴}(m+۱)}$

۷

$(۰/۴)^{۲x-۱} = \left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^۲}$ $\log_{۸}^{(۹x+۱)} = ?$

$\downarrow$ $\downarrow$

$\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} = \left(\left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۳\times x^۲}\right) \Rightarrow ۲x-۱ = -۳x^۲ \Rightarrow ۳x^۲+۲x-۱=۰ \to x=-۱$

✓ $x = \frac{۱}{۳}$

$x=-۱ \Rightarrow \log_{۸}^{۹x+۱}$ غ ق ق / منفی می‌شود

$x = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \log_{۲^۳}^{\cancel{۴}\,۲^۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳}\cancel{\log_{۲}^{۲}}^{۱} \Rightarrow \boxed{\frac{۲}{۳}}$

۸

$\log_{۲}^{۳} = a$ $\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a)$ $\log(۳b-۸) = ?$

$\hookrightarrow ۳ = ۲^a$ $\hookrightarrow b = ۸^{\frac{۲}{۳}(۱+a)} \Rightarrow b = ۲^{۲(a+۱)} = ۲^{۲a}\times۲^۲$ ✓

$b = ۳^۲\times۴ \Leftarrow ۳۶ \Rightarrow \log(۳\times۳۶-۸) = \log ۱۰۰ = \boxed{۲}$

۹

$-۴ax^۲+bx+\frac{۱}{۲}c=۰$

$۲a = b+c \to b = ۲a-c$ $\frac{۱}{x_۱+x_۲} = \frac{۱}{S} = \frac{۴a}{b} = \frac{۴a}{۲a-c} = \log ۴$ ✓

$\downarrow$ $۲\log ۲$

$\frac{۲a}{۲a-c} = \log ۲ \Rightarrow \frac{۲a-c}{۲a} = \log_{۲}^{۱۰} \to ۱-\frac{c}{۲a} = \log_{۲}^{۱۰}$

$۲-\log_{۲}^{۱۰۰} = \frac{c}{a} \Rightarrow \left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(\sqrt[۸]{\frac{۱}{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{-\frac{۱}{۸}}\right)^{\frac{c}{a}} = ۲^{(۲-\log_{۲}^{۱۰۰})\frac{-۱}{۸}}$

$\left(\frac{۲^۲}{۲^{\log_{۲}^{۱۰۰}}}\right)^{-\frac{۱}{۸}} \Rightarrow \left(\frac{۴}{۱۰۰}\right)^{-\frac{۱}{۸}} \Rightarrow \left(\frac{۴}{۱۰۰}\right)^{\frac{۱}{۸}} \Rightarrow ۲۵^{\frac{۱}{۸}} \Rightarrow \boxed{۵^{\frac{۱}{۴}} \text{ یا } \sqrt[۴]{۵}}$

۱۰