۱) $\log_{n}^{m} = a$ و $\log_{mn}^{m^{۲}n}$ و $a>۰$ و $[b] = ?$

$m = n^{a} \longrightarrow \log_{mn}^{m^{۲}n} = \log_{n^{a+1}}^{n^{۲a+1}} \Rightarrow \frac{۲a+1}{a+1} = b = \frac{a+1}{a+1} + \frac{a}{a+1} = 1 + \frac{a}{a+1}$

$\xrightarrow{a>۰} 0 < \frac{a}{a+1} < 1 \Rightarrow [b] = 1$

---

۲) الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{۲}}^{x}}} \to ① \ \frac{x}{\log_{\frac{1}{۲}}^{x}} \geq ۰ \to \begin{array}{ccccc} & ۰ & & 1 & \\ \hline \text{ت ن} & ⦶ & + & ⦶ & - \end{array}$

$\hookrightarrow ② \ x > ۰ \xrightarrow{② \cap ①} D_y = (۰ \text{ و } 1)$

ب) $y = \frac{\log_{۴}^{(x^{۲}-x-۲)}}{\sqrt{x^{۲}-1}+1} \to ① \ x^{۲}-x-۲ > ۰ \to \begin{array}{ccccc} & -1 & & ۲ & \\ \hline + & ⦶ & - & ⦶ & + \end{array}$

$\hookrightarrow ② \ x^{۲}-1 \geq ۰ \to x^{۲} \geq 1 \to x \geq 1 \cup x \leq -1$

$\hookrightarrow ③ \ \sqrt{x^{۲}-1} + 1 = ۰ \xrightarrow[\text{صفر نمی‌شود!}]{\text{هیچ وقت}} ① \cap ② \Rightarrow D_y = (-\infty \text{ و } -1) \cup (۲ \text{ و } +\infty)$

---

۳) $۲\log_{\underset{۳^{۲}}{۹}}^{a} + \log_{a}^{۳} = ۲ \Rightarrow \log_{۳}^{a} + \frac{1}{\log_{۳}^{a}} - ۲ = ۰ \Rightarrow \log_{۳}^{a} = t$

$t + \frac{1}{t} - ۲ = ۰ \xrightarrow{\times t} t^{۲} - ۲t + 1 = ۰ \to (t-1)^{۲} = ۰ \to t = 1 \Rightarrow \log_{۳}^{a} = t \to a = ۳$

---

۴) $\log ۹ = ۲\log ۳$ و $\log ۱۵ = \log ۳ + \overset{۰٫۷}{\cancel{\log ۵}}$ $(\log ۵ = \log ۱۰ - \log ۲ = 1 - ۰٫۳)$

$\log ۱۵ \simeq ۰٫۴ + ۰٫۷ \simeq ۱٫۱$

$\log \frac{۵}{۳} = \log ۵ - \log ۳ = ۰٫۷ - ۰٫۴ \simeq ۰٫۳ \longrightarrow ۰٫۳x^{۲} + ۰٫۸x - ۱٫۱ = ۰ \ (a+b+c=۰)$

$\hookrightarrow x = \frac{-۱۱}{۳}$ و $1 \longrightarrow$ اختلاف ریشه ها $\boxed{= 1 - \left(-\frac{۱۱}{۳}\right) = \frac{۱۴}{۳}}$

به نام خدا

page: (   )

Subject:
Year: Month: Day:

۵) $\log_{۱۴}^{۱۰} = \frac{\log_{۲}^{۱۰}}{\log_{۲}^{۱۴}} = \frac{\log_{۲}^{۵}+\log_{۲}^{۲}}{\log_{۲}^{۷}+\log_{۲}^{۲}} \xRightarrow{\text{جایگذاری}} \log_{۱۴}^{۱۰} = \frac{۲+۱}{۱+۲٫۸} = \frac{۳}{۳٫۸} = \frac{۱۵}{۱۹}$

۶) $\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} = \frac{\log_{۳}^{۳}+\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۵}+\log_{۳}^{۳}} \xRightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{۱+\frac{۵}{۸}}{۱٫۵+۱} = \frac{۱۳}{۲۰}$

۷) $\log_{۴}^{۱۲} = \log_{۴}^{۴}+\log_{۴}^{۳} = ۱+\log_{۴}^{۳}$ / $m = \log_{۸}^{۱۸} = \frac{\log_{۴}^{۱۸}}{\log_{۴}^{۸}}$

$\hookrightarrow \frac{\log_{۴}^{۲}+\log_{۴}^{۹}}{\log_{۴}^{۲}+\log_{۴}^{۴}} \to m = \frac{\frac{۱}{۲}+۲\log_{۴}^{۳}}{\frac{۱}{۲}+۱} \to \frac{۳}{۲}m = \frac{۱}{۲}+۲\log_{۴}^{۳} \to \frac{۳m-۱}{۲} = ۲\log_{۴}^{۳}$

$\log_{۴}^{۱۲} = ۱+\frac{۳m}{۴}-\frac{۱}{۴} \to \frac{۳}{۴}(m+۱)$

۸) $(\frac{۱۲۵}{۸})^{x^{۲}} = (\frac{۵^{۳}}{۲^{۳}})^{x^{۲}} = (\frac{۲}{۵})^{-۳x^{۲}} = (۰٫۴)^{-۳x^{۲}} \to -۳x^{۲} = ۲x-۱ \to ۳x^{۲}+۲x-۱=۰$

$\hookrightarrow (x+۱)(x-\frac{۱}{۳}) \to \cancel{x=-۱}\ ,\ x=\frac{۱}{۳} \to \log_{۸}^{۹\times\frac{۱}{۳}+۱} = \log_{۸}^{۴} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \frac{۲}{۳}$

۹) $\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+\log_{۲}^{۳}) = \frac{۲}{۳}(\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}) = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۶} = \log_{۸}^{۳۶}$

$\hookrightarrow b=۳۶ \to \log_{۱۰}^{(۳\times ۳۶)-۸} = \log_{۱۰}^{۱۰۰} = ۲$

۱۰) $\frac{۴a}{b} = ۲\log ۲ \to \frac{۲a}{b} = \log ۲ \to b = \frac{۲a}{\log ۲}$ و $\frac{b+c}{۲} = a \to c = ۲a-b$

$\frac{c}{a} = \frac{۲a-b}{a} = \frac{۲-b}{a} = ۲-(\frac{۲a}{\log ۲}\times\frac{۱}{a}) = ۲-\frac{۲}{\log ۲} = ۲(۱-\frac{۱}{\log_{۱۰}^{۲}})$

$= ۲-۲\log_{۲}^{۱۰} = ۲-\log_{۲}^{۱۰۰} \to \frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲-۲\log_{۲}^{۱۰}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲(۱-\log_{۲}^{۱۰})}$

$= ۲^{-\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۰٫۲}} = ۲^{\log_{۱۶}^{۵}} \to ۵^{\log_{۱۶}^{۲}} \to ۵^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۲}} \to \sqrt[۴]{۵}$