همایش کاری ۱۶٫۵

$\log_n m = a \to n^a = m$ $\log_{mn} m^2 n = b$ $\log_{n^a \times n} (n^a)^2 \times n$

۱

$\log_n n^{\frac{2a+1}{a+1}} = b \to b = \frac{2a+1}{a+1} \underbrace{\log_n n}_{1} \to \frac{2a+1}{a+1} = \frac{a+a+1}{a+1} = 1 + \frac{a}{a+1}$ ①

$\Rightarrow [b] = [1 + \frac{a}{a+1}] = 1 + [\frac{a}{a+1}] \to \boxed{[b]=1}$ ۲

$1 > \frac{a}{a+1} > 0 \Leftarrow a > 0$

۲

الف) $\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$ $\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \xrightarrow{x=0,1}$

	0		1	
−		+		−

۲

$D_f = (0,1)$

ب) $\log(x^2 - x - 2)$ $x^2 - x - 2 > 0$ $(x-2)(x+1) > 0$

	−1		2	
+		−		+

$\frac{4}{\sqrt{x^2-1}+1}$ صفر نمیشه

$x^2 - 1 \geq 0$ $(x-1)(x+1)$

	−1		1	
+		−		+

$D_f = R - [-1, 2]$

۳

$2\log_{\underset{3^2}{9}} a + \log_a 3 = 2 \to \log_3 a + \log_a 3 = 2$

۲

if $a = 3 \to \underbrace{\log_3 3}_{1} + \underbrace{\log_3 3}_{1} = 2 \to a = 3$

۴

$\underbrace{(\log\frac{5}{2})}_{a} x^2 + \underbrace{(\log 9)}_{b} x - \underbrace{\log 15}_{c}$ $= \log 15^{-1} = \log\frac{1}{15}$

$a + b + c = \log\frac{5}{2} + \log 9 + \log\frac{1}{15}$

$\Rightarrow a + b + c = \log 1 = 0$ جمع ضرایب صفر $\to$ ریشه‌ها $= 1, \frac{c}{a} \to \frac{-\log 15}{\log\frac{5}{2}}$

۱

$\log 2 = 0.3 \to \log 2 = \log 10 - \log 5 \to \log 5 = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7$

$\frac{c}{a} = \frac{-(\log 5 + \log 3)}{\frac{\log 5}{\log 3} = \frac{7/10}{4/10} = \frac{7}{4}} = \frac{-1.1}{\frac{7}{4}} = \frac{\frac{-11}{10}}{\frac{7}{42}} = \frac{22}{35}$ $\Delta =$ الفس $1 - \frac{22}{35} = \frac{13}{35}$

$\log_{۱۴}^{۱۰} = \dfrac{\log_{۲}^{۱۰}}{\log_{۲}^{۱۴}}$ ★ $\log_{۲}^{۱۰} = \log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۵} \to \log_{۲}^{۱۰} = ۱ + ۲$ ۵

$\log_{۲}^{۱۴} = \log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۷} = ۱ + ۲/۸ = ۳/۸$

★ $\log_{۵}^{۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \log_{۲}^{۵} = ۲$ ★ $\log_{۱۴}^{۱۰} = \dfrac{۳}{۳/۸}$ ۲

$\log_{۱۵}^{۶} = \dfrac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۵}}$ $\log_{۳}^{۶} = \log_{۳}^{۳} + \log_{۳}^{۲} = ۱ + \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۲۶}{۱۶}$ ۶

$\log_{۳}^{۱۵} = \log_{۳}^{۵} + \log_{۳}^{۳} = ۱/۵ + ۱ = ۲/۵$

★ $\log_{۳}^{۲} = \dfrac{۱}{\log_{۲}^{۳}} = \dfrac{۱۰}{۱۶}$ $\dfrac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} = \dfrac{\frac{۲۶}{۱۶}}{\frac{۲۵}{۱۰}} = \dfrac{\overset{۱۳}{\cancel{۲۶}} \times \overset{۵}{\cancel{۱۰}}}{\underset{۸}{\cancel{۱۶}} \times ۲۵} = \dfrac{۶۵}{۱۰۰}$ ۲

$\log_{۸}^{۱۸} = m \to \underbrace{\log_{۸}^{۲}}_{\frac{۱}{۳}} + \log_{۸}^{۹} = m \to \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = m - \frac{۱}{۳}$ ۷

$\log_{۲}^{۳} = \frac{۳}{۲}(m - \frac{۱}{۳})$ $\log_{۴}^{۱۲} = \log_{۴}^{۴} + \log_{۴}^{۳}$ ۱,۵

$\Rightarrow \log_{۴}^{۱۲} = ۱ + \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳} = ۱ + \frac{\cancel{۱}}{\cancel{۲}} \times \frac{۳}{۲}(m - \frac{۱}{۳})$

$\Rightarrow \log_{۴}^{۱۲} = ۱ + \frac{m}{۲} - \frac{۱}{۹} = \frac{۸}{۹} + \frac{۳m}{۹} = \boxed{\dfrac{۸ + ۳m}{۹}}$

$\left(\frac{۴}{۱۰}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^۲} \to \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} = \left(\frac{۵^۳}{۲^۳}\right)^{x^۲} \to \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۱-۲x} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲}$ ۸

$\Rightarrow ۳x^۲ = ۱ - ۲x \to ۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} x = -۱ \text{ و } \frac{۱}{۳}$ ۲

$\log_{۸}^{(۹x+۱)} \to ۹x + ۱ > ۰ \to x > -\frac{۱}{۹} \xrightarrow{x=\frac{۱}{۳}} \log_{۸}^{۴} = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \frac{۲}{۳}$

$\frac{۲}{۳}(۱ + a) = \frac{۲}{۳}(\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}) = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۶} = \log_{۲^۳}^{۶^۲} = \log_{۸}^{۳۶}$ ۹

$\Rightarrow \log_{۸}^{b} = \log_{۸}^{۳۶} \to b = ۳۶$ $\log_{۱۰}^{(۳ \times ۳۶ - ۸)} = \log_{۱۰}^{۱۰۰} = \boxed{۲}$

(4

$$\log 5 = 0/7 \qquad \log 9 = 0/8 \qquad \log 15 = 1/1 \qquad \log \frac{5}{3} = 0/3$$

$$\rightarrow 0/3x^2 + 0/8x - 1/1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{-1/1}{0/3} \end{cases} \rightarrow x_1 - x_2 = \frac{14}{3}$$

$$\frac{\log 18}{\log 8} \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{3m-1}{2} \qquad \log_4 12 = 1 + \log_4 3 \rightarrow \frac{\log 3}{2\log 2} = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{3m-1}{2}\right) = \frac{3m+3}{4}$$ (7

$$a = \frac{b+c}{2} \rightarrow b = 2a - c \rightarrow \frac{1}{x_1 + x_2} = \frac{1}{S} = \frac{4a}{b} = \frac{4a}{2a-c} = 2\log^{2} 110$$

$$\rightarrow \frac{2a}{2a-c} = \log^{2} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{2a-c}{2a} = \log_2 10 \rightarrow 1 - \log_2 10 = \frac{c}{2a} \rightarrow 2 - \log_2 100 = \frac{c}{a} \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(2^{-\frac{1}{8}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(2^{\frac{c}{a}}\right)^{\frac{-1}{8}} \xrightarrow{(1)} \left(2^{2 - \log_2 100}\right)^{\frac{-1}{8}}$$

$$\left(\frac{2^2}{2^{\log_2 100}}\right)^{\frac{-1}{8}} = \left(\frac{4}{100}\right)^{\frac{-1}{8}} = (25)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[4]{5}$$