نام و نام خانوادگی ......زهرا یزدانیان...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...... کلاس ......

۱

$\log_n m = a \rightarrow n^a = m$

$\log_{mn} m^2 n = b \quad (mn)^b = m^2 n \rightarrow (n^{a+1})^b = n^{2a+1} \rightarrow ab + b = 2a+1$

$b = \frac{2a+1}{a} = 2 + \frac{1}{a}$

$b = 2 + \frac{1}{a} \ , \ a>0 \rightarrow b = 2/... \rightarrow [b] = \boxed{2}$

۲

الف) $\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \rightarrow \boxed{x > 0}$

ب) $\frac{\log_4 (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \rightarrow (x-2)(x+1) > 0$ (-1, 2: $+ \ - \ +$)

$x^2 - 1 \geq 0$ (-1, 1: $+ \ - \ +$)

$\boxed{D : (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)}$

۳

$2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2$

$2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \rightarrow \log_3 a + \log_a 3 = 2 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow x = 1$

$9 \rightarrow 3^2$: $2 \times \frac{1}{2} \log_3 a$

$\log_3 a = \log_a 3 = 1 \rightarrow \boxed{a = 3}$

۴

$\log 2 \approx 0.3 \qquad \log 3 \approx 0.4$

$(\log \frac{5}{3}) x^2 + (\log 9) x - \log 15 = 0 \rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = \frac{\sqrt{(\log 9)^2 + 4 \log 15 \times \log \frac{5}{3}}}{\log \frac{5}{3}}$

$\log 9 = 2 \log 3 = 0.8 \qquad 4 \log 15 \times \log \frac{5}{3} = 4(\log 5 + \log 3)(\log 5 - \log 3) = 4((\log 5)^2 - (\log 3)^2)$

$\log 5 = \log 10 - \log 2 = 0.7$

$\frac{\sqrt{0.64 + 4(0.49 - 0.16)}}{0.7 - 0.4} = \frac{1.4}{0.3} = \boxed{\frac{14}{3}}$

۵

$\log_5 2 = 0.5 \qquad \log_2 7 = 2.8 \qquad \log_5 7 = 1.4$

$\log_{14} 10 = \frac{\log_5 10}{\log_5 14} = \frac{\log_5 2 + \log_5 5}{\log_5 7 + \log_5 2} = \frac{0.5 + 1}{0.5 + 1.4} = \boxed{\frac{15}{19}}$

۶

$\log_{۳}^{۵} = ۱,۵ \quad \log_{۳}^{۲} = ۰,۶ \longrightarrow \log_{۲}^{۵} = ۲,۴$

$\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۵}} = \frac{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}}{\log_{۲}^{۵} + \log_{۲}^{۳}} = \frac{۱ + ۱,۶}{۲,۴ + ۱,۶} = \frac{۲,۶}{۴} = \boxed{\frac{۱۳}{۲۰}}$

۷

$\log_{۸}^{۱۸} = m \longrightarrow \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۱۸} = m \longrightarrow \log_{۲}^{۱۸} = ۳m \longrightarrow \log_{۲}^{۲} + ۲\log_{۲}^{۳} = ۳m$

$\log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$

$\log_{۶}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}(۲\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}) = \frac{۱}{۲}(۲ + \frac{۳m-۱}{۲}) = ۱ + \frac{۳m-۱}{۴} = \boxed{\frac{۳}{۴}(m-۱)}$

۷ تجربی

$(۰,۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۱۵}{۵})^{x^۲}$

$\downarrow$

$(\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = \left((\frac{۲}{۵})^{-۲}\right)^{x^۲} \longrightarrow ۲x-۱ = -۲x^۲ \longrightarrow ۲x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \longrightarrow x = -۱$ غ ق ق

$\searrow x = -\frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$ ق ق

$\log_{۸}^{(۹\times\frac{۱}{۳}+۱)} = \log_{۸}^{۴} = \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۴} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$

← از ۱+x۹ عددی منفی می شود

۹

$\log_{۲}^{۳} = a \qquad \log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a) \longrightarrow \log_{۲}^{b} = ۲(۱+a) = ۲ + ۲\log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{b}$

~~$\log(۳b-۸)$~~ $\log_{۲}^{b} - ۲\log_{۳}^{۳} = ۲ \longrightarrow \log_{۲}^{b} - \log_{۲}^{۹} = ۲ \longrightarrow \frac{b}{۹} = ۴ \longrightarrow b = ۳۶$

$\log(۳b-۸) = \log ۱۰۰ = \boxed{۲}$

۱۰

$\frac{b}{۴a} = \log_{۴}^{۱۰} \qquad ۲a = b + c \longrightarrow ۲a - b = c \longrightarrow ۲a - ۴a\log_{۴}^{۱۰} = c$

$a(۲ - ۴\log_{۴}^{۱۰}) = \frac{c}{a} \longrightarrow ۲^{-\frac{۱}{۸}(۲ - ۴\log_{۴}^{۱۰})} = ۲^{-\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۱۰}} = ۲^{-\frac{۱}{۴}} \times ۲^{\frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۱۰}}$

$۲^{\frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۱۰}} = ~~۲^{\frac{۱}{۲}\log ۱۰}~~ \quad ۱۰^{\frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۲}} = \boxed{۱۰^{\frac{۱}{۴}}}$