۱۸/۵

نام و نام خانوادگی ...زهرا یزدانیان... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱

$\log_n m = a \rightarrow n^a = m$

$\log_{mn} m^2 n = b \qquad (mn)^b = m^2 n \rightarrow (n^{a+1})^b = n^{2a+1} \rightarrow ab + b = 2a+1$

$b = \frac{2a+1}{a} = 2 + \frac{1}{a}$

$b = 2 + \frac{1}{a} \;,\; a>0 \rightarrow b = 2/\ldots \rightarrow [b] = \boxed{2}$

۲

۲

الف) $\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \rightarrow \boxed{x>0} \qquad \frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \rightarrow \log_2 x < 0 \rightarrow x < 2^0 = 1 \rightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<1 \end{cases} \rightarrow D = (0,1)$

۱/۵

ب) $\frac{\log_4 (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2-1} + 1} \rightarrow (x-2)(x+1) > 0$

-1		2
$+$	$-$	$+$
ق		ق

$x^2 - 1 \geq 0$

-1		1
$+$	$-$	$+$
ق		ق

$\boxed{D : (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)}$

۳

$2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2$

$\underbrace{2\log_{9} a}_{2 \times \frac{1}{2} \log_3 a} + \log_a 3 = 2 \rightarrow \log_3 a + \log_a 3 = 2 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow x = 1$

$9 \rightarrow 3^2$

$\log_3 a = \log_a 3 = 1 \rightarrow \boxed{a = 3}$

۲

۴

$\log 2 \sim 0/3 \qquad \log 3 \sim 0/4$

$(\log \frac{5}{3}) x^2 + (\log 9) x - \log 15 = 0 \rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = \frac{\sqrt{(\log 9)^2 + 4 \log 15 \times \log \frac{5}{3}}}{\log \frac{5}{3}}$

$\log 9 = 2\log 3 = 0/8 \qquad 4\log 15 \times \log \frac{5}{3} = 4(\log 5 + \log 3)(\log 5 - \log 3) = 4((\log 5)^2 - (\log 3)^2)$

$\log 5 \leftrightarrow \log 10 - \log 2 = 0/7$

$\frac{\sqrt{0/64 + 4(0/49 - 0/16)}}{0/7 - 0/4} = \frac{1/4}{0/3} = \boxed{\frac{14}{3}}$

۵

$\log_5 2 = 0/5 \qquad \log_2 7 = 2/8 \qquad \log_5 7 = 1/4$

۲

$\log_{14} 10 = \frac{\log_5 10}{\log_5 14} = \frac{\log_5 2 + \log_5 5}{\log_5 7 + \log_5 2} = \frac{0/5 + 1}{0/5 + 1/4} = \boxed{\frac{15}{19}}$

$\log_{۳}^{۵} = ۱٫۵ \qquad \log_{۲}^{۳} = ۱٫۶ \longrightarrow \log_{۲}^{۵} = ۲٫۴$

$\log_{۱۵}^{۶} = \dfrac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۰}} = \dfrac{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}}{\log_{۲}^{۵} + \log_{۲}^{۳}} = \dfrac{۱ + ۱٫۶}{۲٫۴ + ۱٫۶} = \dfrac{۲٫۶}{۴} = \boxed{\dfrac{۱۳}{۲۰}}$ ۶

$\log_{۸}^{۱۸} = m \longrightarrow \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۱۸} = m \longrightarrow \log_{۲}^{۱۸} = ۳m \longrightarrow \log_{۲}^{۲} + ۲\log_{۲}^{۳} = ۳m$

$\log_{۲}^{۳} = \dfrac{۳m-۱}{۲}$

$\log_{۴}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}(۲\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}) = \frac{۱}{۲}\left(۲ + \frac{۳m-۱}{۲}\right) = ۱ + \frac{۳m-۱}{۴} = \boxed{\frac{۳}{۴}(m+۱)}$ ۷

$(۰٫۴)^{۲x-۱} = \left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^{۲}}$

$\downarrow$

$\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲x-۱} = \left(\left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۳}\right)^{x^{۲}} \longrightarrow ۲x-۱ = -۳x^{۲} \longrightarrow ۳x^{۲} + ۲x - ۱ = ۰ \longrightarrow x = -۱$ غ‌ق‌ق ۸

زیرا $۹x+۱$ عددی منفی می‌شود

$\searrow x = -\frac{c}{a} = \frac{۱}{۳}$ ق‌ق

$\log_{۸}^{(۹\times\frac{۱}{۳}+۱)} = \log_{۸}^{۴} = \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۴} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$

$\log_{۲}^{۳} = a \qquad \log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a) \longrightarrow \log_{۲}^{b} = ۲(۱+a) = ۲ + ۲\log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{b}$

$\cancel{\log(۳b-۸)} \qquad \log_{۲}^{b} - ۲\log_{۲}^{۳} = ۲ \longrightarrow \log_{۲}^{b} - \log_{۲}^{۹} = ۲ \longrightarrow \frac{b}{۹} = ۴ \rightarrow b = ۳۶$ ۹

$\log(۳b-۸) = \log ۱۰۰ = \boxed{۲}$

$\frac{b}{۴a} = \log_{۴}^{۱۰} \qquad ۲a = b+c \longrightarrow ۲a - b = c \longrightarrow ۲a - ۴a\log_{۴}^{۱۰} = c$

$\cancel{a}(۲ - ۴\log_{۴}^{۱۰}) = \frac{c}{a} \longrightarrow ۲^{-\frac{۱}{۸}(۲ - ۴\log_{۴}^{۱۰})} = ۲^{-\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۱۰}} = ۲^{-\frac{۱}{۴}} \times ۲^{\frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۱۰}}$ ۱۰

$۲^{\frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۱۰}} = \cancel{۱۰^{\frac{۱}{۲}\log}} \quad ۱۰^{\frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۲}} = \boxed{۱۰^{\frac{۱}{۴}}}$

$a = \frac{b+c}{۲} \rightarrow b = ۲a - c \rightarrow \frac{۱}{x_۱ + x_۲} = \frac{۱}{S} = \frac{۴a}{b} = \frac{۴a}{۲a-c} = ۲\log^{۲}$

$\rightarrow \frac{۲a}{۲a-c} = \log^{۲} \xrightarrow{\text{عکس}} \frac{۲a-c}{۲a} = \log_{۲}^{۱۰} \rightarrow ۱ - \log_{۲}^{۱۰} = \frac{c}{۲a} \rightarrow ۲ - \log_{۲}^{۱۰۰} = \frac{c}{a}$ ①

$\left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{-\frac{۱}{۸}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{\frac{c}{a}}\right)^{-\frac{۱}{۸}} \xrightarrow{①} \left(۲^{۲-\log_{۲}^{۱۰۰}}\right)^{-\frac{۱}{۸}}$

$\left(\frac{۲^{۲}}{۲^{\log_{۲}^{۱۰۰}}}\right)^{-\frac{۱}{۸}} = \left(\frac{۴}{۱۰۰}\right)^{-\frac{۱}{۸}} = (۲۵)^{\frac{۱}{۸}} = \sqrt[۴]{۵}$