Subject:
Date

ثلاثی — کلیف سری ۲۳ — بیلدا کرمی

۱) $\log_{mn} m^2 n = b$ $\qquad \log_n m = a \to n^a = m$

$\log_{mn} mn + \log_{mn} m = b \Rightarrow 1 + \log_{n^{a+1}} n^a = b \Rightarrow \frac{a}{a+1} + 1 = b$

$[b] = [1 + \frac{a}{a+1}] = 1 + [\frac{a}{a+1}] = 1$

کوچکتر از یک

۲) الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$ $\quad$ ① $x > 0$ $\quad$ ② $\log_{\frac{1}{2}} x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

③ $\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0$ $\quad$ $0 \quad 1$: $- \; + \; -$ $\Rightarrow D = (0,1)$

ب) $y = \frac{\log_4 (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ $\quad$ ① $x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) > 0 \Rightarrow$ $-1 \quad 2$: $+ \; - \; +$

② $\sqrt{x^2 - 1} \neq -1$ ✓ $\quad$ ③ $x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \to x \geq 1 , x \leq -1$

$\Rightarrow D = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۳) $2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \longrightarrow \underbrace{\log_3 a}_{t} + \log_a 3 = 2 \Rightarrow t + \frac{1}{t} - 2 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0$

$\Rightarrow \underbrace{(t-1)^2}_{t=1} = 0 \longrightarrow \log_3 a = 1 \Rightarrow a = 3$

۴) $(\log 5 - \log 3) x^2 + (2\log 3) x - (\log 5 + \log 3) = (\log 10 - \log 2 - \log 3) x^2 + (2\log 3) x - (\log 10 - \log 2 + \log 3)$

$= (1 - 0/3 - 0/4) x^2 + (2 \times 0/4) x - (1 - 0/3 + 0/4) = 0/3 x^2 + 0/8 x - 1/1 = 0$

$\xrightarrow{\times 10} 3x^2 + 8x - 11 = 0$ $\quad x = 1$, $x = -\frac{11}{3}$ $\Rightarrow 1 - (\frac{-11}{3}) = \frac{14}{3}$

۵) $\log_5 2 = 0/5 \Rightarrow \log_2 5 = 2$ $\qquad \log_{14} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 14} = \frac{\log_2 5 + \log_2 2}{\log_2 7 + \log_2 2}$

$\log_2 7 = 2/8$

$= \frac{2+1}{2/8 + 1} = \frac{3}{3/8}$

PAPCO

Subject:
Date

۱۶) $\log_{۲} ۳ = ۱/۶ \longrightarrow \log_{۳} ۲ = \frac{۵}{۸}$ $\qquad \log_{۱۵} ۶ = \frac{\log_{۳} ۶}{\log_{۳} ۱۵} = \frac{\log_{۳} ۲ + \log_{۳} ۳}{\log_{۳} ۵ + \log_{۳} ۳} = \frac{\frac{۵}{۸}+۱}{۱/۵+۱} = \frac{۱۳}{۲۰}$

$\log_{۳} ۵ = ۱/۵$

۱۷) $\log_{۸} ۱۸ = \frac{۱}{۳}(\log_{۲} ۹ + \log_{۲} ۲) = m \longrightarrow ۲\log_{۲} ۳ + ۱ = ۳m \Rightarrow \log_{۲} ۳ = \frac{۳m-۱}{۲}$

$\log_{۴} ۱۲ = \log_{۴} ۴ + \log_{۴} ۳ = ۱ + \frac{۱}{۲}\log_{۲} ۳ = ۱ + \frac{۳m-۱}{۴} = \frac{۳}{۴}m + \frac{۳}{۴}$

۱۸) $(۰/۶۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲} \longrightarrow (\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^۲} \Rightarrow ۳x^۲ = ۱-۲x$

$\Rightarrow ۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \to ۱/۳ \ , \ -۱$

① if $x = \frac{۱}{۳} \to \log_{۸} (۹x+۱) = \log_{۸} ۴ = \frac{۲}{۳}\log_{۲} ۲ = \underline{\frac{۲}{۳}}$

② if $x = -۱ \to \log_{۸} (۹x+۱) = \log_{۸} -۸$ تعریف نشده ×

۱۹) $\log_{۸} b = \frac{۲}{۳}(۱+\log_{۲} ۳) = \frac{۲}{۳}\log_{۲} ۶ = \log_{۸} ۳۶ \Rightarrow b = ۳۶$

$\log(۳b-۸) = \log ۱۰۰ = \underline{۲}$

۱۰) ضرب $= \frac{-b}{-۴a} = \frac{b}{۴a} \longrightarrow$ معکوس جمع $= \frac{۴a}{b} = ۲\log ۲ \Rightarrow ۲\frac{a}{b} = \log ۲ \to \frac{b}{a} = \frac{۲}{\log ۲}$

$a = \frac{b+c}{۲} \to c = ۲a-b \qquad \frac{c}{a} = \frac{۲a-b}{a} = ۲ - \frac{b}{a} = ۲ - \frac{۲}{\log ۲} = ۲ - ۲\log_{۲} ۱۰ = ۲ - \log_{۲} ۱۰۰$

$(\frac{۱}{\sqrt[۴]{۲}})^{\frac{c}{a}} = (\sqrt[۴]{۲})^{-(۲-۲\log_{۲} ۱۰)} = ۲^{-\frac{۱}{۴}(۱-\log_{۲} ۱۰)} = ۲^{-\frac{۱}{۴}\log_{۲} ۰/۲} = ۲^{-\frac{۱}{۴}\log_{۲} ۵^{-۱}}$

$= ۲^{\frac{۱}{۴}\log_{۲} ۵} = ۵^{\frac{۱}{۴}\log_{۲} ۲} = ۵^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۵}$