آرشا سریعی ۲۰ تکلیف شماره ۲۳ یازدهم دفتر B

① $\log_n^m = a \qquad \log_{mn}^{m^2 n} = b$

$\Rightarrow \frac{\log m}{\log n} = a \qquad \rightarrow \frac{2\log m + \log n}{\log m + \log n} \xrightarrow{\div \frac{\log n}{\log n}}$ ۲

$$\frac{\frac{2\log m}{\log n}+1}{\frac{\log m}{\log n}+1} = \frac{2\log_n^m + 1}{\log_n^m + 1} = \frac{2a+1}{a+1} = b$$

$$\Rightarrow 1 \leqslant \underbrace{\frac{a+1}{a+1}}_{1} + \frac{a}{a+1} < 2 \rightarrow [b] = 1$$

②

الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}}} \qquad \frac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}} \geqslant 0$

$\log_{\frac{1}{2}}^{x} \rightarrow \boxed{x > 0}$ Ⓘ

	0		1	
−	0	+	ن	−

$(0, +\infty) \cap [0, +1) \Rightarrow D_y = (0, 1)$ ۲

ب) $y = \frac{\log_4^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1}$

Ⓘ $\rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \rightarrow \Delta = 1 + 8 = 9 \qquad x = \frac{1 \pm 3}{2} = 2, -1$

	−1		2	
+	0	−	0	+

$\rightarrow (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

(II) $x^2 - 1 \geqslant 0 \rightarrow x^2 \geqslant 1 \cdot \begin{cases} x \geqslant 1 \\ x \leqslant -1 \end{cases}$

Ⓘ $\cap$ (II) $\rightarrow (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

③

$\text{۲}\log_{x}^{a} + \log_{a}^{\sqrt{x}} = \text{۲} \qquad x = \text{۹}$

$\text{۲}\log_{\text{۹}}^{a} + \log_{a}^{\text{۳}} = \text{۲} \Rightarrow \text{۲}\log_{\text{۳}^{\text{۲}}}^{a} + \log_{a}^{\text{۳}} = \text{۲}$

۲

$= \frac{\text{۱}}{\text{۲}} \times \text{۲}\log_{\text{۳}}^{a} + \log_{a}^{\text{۳}} = \underbrace{\log_{\text{۳}}^{a}}_{t} + \log_{a}^{\text{۳}} = \text{۲}$

$t + \frac{\text{۱}}{t} = \text{۲}$

$\Rightarrow t^{\text{۲}} - \text{۲}t + \text{۱} = \text{۰} \rightarrow (t-\text{۱})^{\text{۲}} = \text{۰} \Rightarrow t = \text{۱}$

$\log_{\text{۳}}^{a} = \text{۱} \Rightarrow \underline{a = \text{۳}}$

④

$(\log \frac{\text{۵}}{\text{۳}})x^{\text{۲}} + (\log \text{۹})x - \log \text{۱۵} = \text{۰}$

$\underbrace{(\underbrace{(\log \text{۱۰} - \log \text{۲})}_{\text{۰/۷}} - \log \text{۳})}_{\text{۰/۳}}x^{\text{۲}} + (\underbrace{\text{۲}\log \text{۳}}_{\text{۰/۸}})x - (\underbrace{(\text{۱} - \log \text{۲}) + \log \text{۳}}_{\text{۱/۱}})$

$\Rightarrow (\text{۰/۳})x^{\text{۲}} + (\text{۰/۸})x - \text{۱/۱} = \text{۰}$ اختلاف ریشه‌ها $= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$\frac{\sqrt{(\text{۰/۸})^{\text{۲}} + \text{۴}(\text{۰/۳})(\text{۱/۱})}}{\text{۰/۳}} = \frac{\sqrt{\text{۰/۶۴} + \text{۱/۳۲}}}{(\text{۰/۳})}$

۲

$\Rightarrow \frac{\sqrt{\text{۱/۹۶}}}{\text{۰/۳}} = \frac{\text{۱/۴}}{\text{۰/۳}} = \underline{\frac{\text{۱۴}}{\text{۳}}}$

⑤

$\log_{\text{۵}}^{\text{۲}} = \text{۰/۵} \qquad \log_{\text{۲}}^{\text{۷}} = \text{۲/۸}$

$\log_{\text{۱۴}}^{\text{۱۰}} = \frac{\log_{\text{۲}}^{\text{۱۰}}}{\log_{\text{۲}}^{\text{۱۴}}} = \frac{\log_{\text{۲}}^{\text{۵}} + \cancel{\log_{\text{۲}}^{\text{۲}}}\ \text{۱}}{\log_{\text{۲}}^{\text{۷}} + \cancel{\log_{\text{۲}}^{\text{۲}}}\ \text{۱}} = \frac{\text{۲} + \text{۱}}{\text{۲/۸} + \text{۱}} = \frac{\text{۳}}{\text{۳/۸}}$

||

$\underline{\text{۰/۷۹}}$

$\log_{\text{۵}}^{\text{۲}} = \text{۰/۵} \rightarrow \frac{\text{۱}}{\log_{\text{۲}}^{\text{۵}}} = \text{۰/۵} \Rightarrow \log_{\text{۲}}^{\text{۵}} = \text{۲}$

۹

$\log_{۳}^{۵} = ۱/۵$ $\qquad \log_{۲}^{۳} = ۱/۶$ ⑥

$\log_{۱۵}^{۶} \Rightarrow \dfrac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۵}} = \dfrac{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}}{\log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۵}} \hookrightarrow \log_{۳}^{۵} \times \log_{۲}^{۳} = \log_{۲}^{۵}$ $(۱)\ ۲/۴$

۶

$= \dfrac{۱+۱/۶}{۱/۶+۲/۴} = \dfrac{۲/۶}{۴} = \boxed{۰/۶۵}$

⑦

$\log_{۸}^{۱۸} = m \qquad \log_{۴}^{۱۲} = ?$

۶

$\hookrightarrow \dfrac{۱}{۳}\left(\log_{۲}^{۱۸}\right) = m \Rightarrow ۳m = \log_{۲}^{\cancel{۲}\,۱} + ۲\log_{۲}^{۳}$

$\Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \dfrac{۳m-۱}{۲}$

$\log_{۴}^{۱۲} = \dfrac{۱}{۲}\left(\log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳}\right) = \overset{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۲}}} + \dfrac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳}$

$۱+\dfrac{۱}{۲}\left(\dfrac{۳m-۱}{۲}\right) = ۱+\dfrac{۳m-۱}{۴} = \boxed{\dfrac{۳m+۳}{۴}}$

⑧

$(۰/۴)^{۲x-۱} = \left(\dfrac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^{۲}} \qquad \log_{۸}(۹x+۱) = ?$

۶

$\left(\dfrac{۵}{۲}\right)^{-۲x+۱} = \left(\dfrac{۵}{۲}\right)^{۳x^{۲}} \qquad \begin{cases} x=-۱ \\ x=\dfrac{۱}{۳} \end{cases}$

$\log_{۸}^{(۹(-۱)+۱)} = \log_{۸}^{-۸} \longrightarrow$ ✗

$\log_{۸}\left(۹\left(\dfrac{۱}{۳}\right)+۱\right) = \log_{۸}^{۴} = \dfrac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \boxed{\dfrac{۲}{۳}}$

۱ ۱

$\log^{۳}_{۲} = a$ $\log^{b}_{۸} = \frac{۲}{۳}(۱+a)$ $\log(۳b-۸) = ?$ ⑨

$\frac{۱}{\cancel{۳}}(\log^{b}_{۲}) = \frac{۲}{\cancel{۳}}(۱+a) \Rightarrow \log^{b}_{۲} = ۲ + ۲\log^{۳}_{۲}$

$\log^{b}_{۲} - \log^{۲^{۲}}_{۲} = ۲\log^{۳}_{۲} \Rightarrow \log^{\frac{b}{۴}}_{۲} = \log^{۹}_{۲}$ ۲

$\Rightarrow \frac{b}{۴} = ۹ \Rightarrow b = ۳۶$

$\log^{(۳b-۸)} = \log^{۱۰۸-۸}_{۱۰} = \boxed{۲}$

⑩

$-۲ax^{۲} + bx + \frac{۱}{۲}c = ۰$

جمع ریشه‌ها $= \frac{۴a}{b} = \log^{۴} = ۲\log^{۲}$ $\frac{a}{b} = \frac{۲\log ۲}{۴} = \frac{\log ۲}{۲}$

$۲a = b + c$

$\Rightarrow ۲a = b + c \Rightarrow \frac{۲a}{b} = ۱ + \frac{c}{b}$. $۲\left(\frac{\log ۲}{۲}\right) = ۱ + \frac{c}{b}$ ۳

$\begin{cases} \frac{c}{b} = -۱ + \log ۲ \\ \frac{a}{b} = \frac{\log ۲}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-۱ + \log ۲}{\frac{\log ۲}{۲}} \Rightarrow \frac{\log ۲ - \log ۱۰}{\frac{۱}{۲}\log ۲}$

$= \frac{\log \frac{۲}{۱۰}}{\frac{۱}{۲}\log ۲}$

$= \frac{\log \frac{۱}{۵}}{\underbrace{\frac{۱}{۲}\log ۲}_{\log \sqrt{۲}}} = \log^{\frac{۱}{۵}}_{\sqrt{۲}}$

$\left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\log^{\frac{۱}{۵}}_{\sqrt{۲}}} = \left(\frac{۱}{۵}\right)^{\log^{\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}}_{\sqrt{۲}}}$

$= \left(\frac{۱}{۵}\right)^{\log^{۲^{-\frac{۱}{۸}}}_{۲^{\frac{۱}{۲}}}} = \left(\frac{۱}{۵}\right)^{-\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۵}$