نام و نام خانوادگی ......مارال بابائیان...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۳... کلاس ...یازدهم تجربی B...

۱

$\log_n m = a$

$\log_{mn} m^2 n = b$

$a > 0$

$[b] = ?$

$$\frac{\log_n m^2 n}{\log_n mn} = \frac{\log_n m^2 + \log_n n}{\log_n m + \log_n n} = \frac{2a+1}{a+1} = 1 + \frac{a}{a+1} = b$$

$$[b] = 1 + \left[\frac{a}{a+1}\right] = 1$$ (with $\left[\frac{a}{a+1}\right] \to 0$)

۲

الف) $y = \sqrt{\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$

$\dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0$

$x > 0$, $\log_{\frac{1}{2}} x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

Sign table: 0, 1 : $- \quad + \quad -$

$D_f = (0, 1)$

ب) $y = \dfrac{\log_2 (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2-1} + 1}$

$\to (x-2)(x+1)$ ①, sign table: -1, 2 : $+ \quad - \quad +$

② $x^2 - 1 \neq -1 \Rightarrow$ همواره برقرار است

$x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

① ∩ ② $\Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۳

$2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2$ if $x = 9 \Rightarrow a = ?$

$2\log_{3^2} a + \log_a 3 = 2$

$\log_3 a + \dfrac{1}{\log_3 a} = 2$

$\log_3 a \to A \Rightarrow A + \dfrac{1}{A} = 2 \Rightarrow A = 1 \Rightarrow \log_3 a = 1 \Rightarrow a = 3$

۴

$\log 2 \simeq 0.3$

$\log 3 \simeq 0.4$

$(\log \frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0$

$\log 5 - \log 3 = \log 10 - \log 2 - \log 3 = 0.3$

$2\log 3 = 0.8$

$\log 3 + \log 10 - \log 2 = 0.4 + 1 - 0.3 = 1.1$

$0.3x^2 + 0.8x - 1.1 = 0$

$\downarrow \times 10$

$3x^2 + 8x - 11 = 0$

اختلاف ریشه‌ها $\to \dfrac{\sqrt{\Delta}}{a} = \dfrac{\sqrt{196}}{3} = \dfrac{14}{3}$

۵

$\log_2 7 = 2.8$, $\log_5 2 = 0.5 \to \log_2 5 = 2$

$\log_{14} 10 = ?$

$$\frac{\log_2 10}{\log_2 14} = \frac{\log_2 2 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 7} = \frac{1+2}{1+2.8} = \frac{3}{3.8} = \frac{30}{38} = \frac{15}{19}$$

($10 \to 2 \times 5$, $14 \to 7 \times 2$)

$\log_{۳}^{۵} = ۱/۵ \to \dfrac{\log_{۲}^{۵}}{\log_{۲}^{۳}\ (۱/۶)} = \dfrac{۳}{۲} \to \log_{۲}^{۵} = \dfrac{۸}{۵} \times \dfrac{۳}{۲} = \dfrac{۱۲}{۵}$

$\log_{۲}^{۳} = ۱/۶$ ۶

$\log_{۱۵}^{۶} = ?$

$\log_{۱۵}^{۶} = \dfrac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۵}} = \dfrac{\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}}{\log_{۲}^{۵} + \log_{۲}^{۳}} = \dfrac{۱ + ۱/۶}{۲/۴ + ۱/۶} = \dfrac{۲/۶}{۴} = ۰/۶۵$

$\log_{۸}^{۱۸} = m$

$\log_{۴}^{۱۲} = ?$

$\frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۱۸} = \frac{۱}{۳}(\log_{۲}^{۳^{۲}} + \log_{۲}^{۲}) = \frac{۱}{۳}(۲\log_{۲}^{۳} + ۱) \Rightarrow \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = m - \frac{۱}{۳}$

$\log_{۲}^{۳} = \frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲}$ $\quad \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}(۲\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}) = \frac{۱}{۲}(۲ + \frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲})$ ۷

$\frac{۳}{۴} + \frac{۳}{۴}m = \frac{۳}{۴}(۱+m)$

$(۰/۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^{۲}}$ $\quad \log_{۸}^{(۹x+۱)} = ?$

$(\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^{۲}} \Rightarrow (\frac{۵}{۲})^{۱-۲x} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^{۲}} \Rightarrow ۳x^{۲} = ۱ - ۲x \Rightarrow ۳x^{۲} + ۲x - ۱ = ۰$

$x = \frac{۱}{۳}$, ~~$x = -۱$~~ ۸

if $x = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \log_{۸}^{(۹x+۱)} \to \log_{۸}^{۳+۱=۴} = \log_{۸}^{۴} = \frac{۱}{۳} \times ۲\log_{۲}^{۲} = \frac{۲}{۳}$

$\log_{۲}^{۳} = a$ $\quad \log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a)$ $\quad \log(۳b - ۸) = ?$

$\frac{۱}{۳}\log_{۲}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a) \Rightarrow \log_{۲}^{b} = ۲(۱+a) \to \log_{۲}^{b} = ۲(۱ + \log_{۲}^{۳})$ ۹

$\log_{۲}^{b} = ۲\log_{۲}^{۶} \to \log_{۲}^{۳۶} = \log_{۲}^{b} \Rightarrow b = ۳۶$ $\quad \log^{(۱۰۸-۸)} = ۲$

$-۴ax^{۲} + bx + \frac{۱}{۲}c$ = عکس مجموع ریشه‌ها $\longrightarrow$ / $\log ۴$, $\frac{b+c}{۲} = a$ $\quad (\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}})^{\frac{c}{a}}$

$\frac{۴a}{b} = ۲\log ۲ \to \frac{۲a}{b} = \log ۲ \to b = \frac{۲a}{\log ۲}$ $\quad c = ۲a - b$, $\frac{c}{a} = \frac{۲a-b}{a} = ۲ - \frac{b}{a}$

$۲ - \frac{b}{a} = ۲ - (\frac{۲a}{\log ۲} \times \frac{۱}{a}) \Rightarrow ۲ - \frac{۲}{\log ۲} \to ۲(۱ - \frac{۱}{\log ۲}) = ۲ - ۲\log_{۲}^{۱۰} = ۲ - \log_{۲}^{۱۰۰}$ ۱۰

$\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲-۲\log_{۲}^{۱۰}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲(۱-\log_{۲}^{۱۰})}$ $\quad (۲^{-\frac{۱}{۴}})^{\log_{۲}^{۰/۲}} \Rightarrow ۲^{\log_{۲^{۴}}^{۵}} = ۵^{\log_{۲^{۴}}^{۲}}$

$\log_{۲}^{۰/۲}$

$۵^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۲}} = \sqrt[۴]{۵}$