نام و نام خانوادگی ......شیوا جعفری...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۳.. کلاس سه‌شنبه دختر B........

۱	$\log_n m = a$ $\log_{mn} m^۲n = b$ $a>۰$ $[b]=?$ $\dfrac{\log_n m^۲n}{\log_n mn} = \dfrac{\overset{۲a}{\overline{\log_n m^۲}} + \overset{۱}{\overline{\log_n n}}}{\log_n m + \underset{۱}{\underline{\log_n n}}} = \dfrac{۲a+۱}{a+۱} = ۱+\dfrac{a}{a+۱} = b$ $[b] = ۱ + \underbrace{\left[\dfrac{a}{a+۱}\right]}_{۰} = ①$
۲	الف) $y=\sqrt{\dfrac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}} x}}$ $\dfrac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}} x} \geq ۰$ $\begin{array}{c} ۰ \quad ۱ \\ \hline - \ \vert \ + \ \vert \ - \end{array} \Rightarrow D_f = (۰,۱)$ $?=D_y$ $x>۰ ,\ \overbrace{\log_{۲^{-۱}} x}^{} \Rightarrow -\log_۲ x \neq ۰ \to x \neq ۱$ ب) $y=\dfrac{\log_۴ (x^۲-x-۲)}{\sqrt{x^۲-۱}+۱}$ $x^۲-x-۲>۰ \longrightarrow (x+۱)(x-۲)>۰$ $\begin{array}{c} -۱ \quad ۲ \\ \hline + \ \vert \ - \ \vert \ + \end{array} \rightsquigarrow (-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$ ① $D_f = ① \cap ② = (-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$ $\hookrightarrow \sqrt{x^۲-۱}+۱ \neq ۰$ همیشه برقرار $x^۲-۱ \geq ۰$ $(x+۱)(x-۱)$ $\begin{array}{c} -۱ \quad ۱ \\ \hline + \ \vert \ - \ \vert \ + \end{array} \longrightarrow (-\infty,-۱]\cup[۱,+\infty)$ ②
۳	اگر $x=۹$ $۲\log_x ۹ + \log_a \sqrt{x} = ۲$ $a=?$ $۲\log_{\underset{۳^۲}{۹}} a + \log_a ۳ = ۲ \Rightarrow \log_۳ a + \log_a ۳ = ۲ \to \overset{t}{\log_۳ a} + \dfrac{۱}{\log_۳ a} = ۲$ $t+\dfrac{۱}{t} = ۲ \to t=۱ \Rightarrow a=۳$
۴	$\log ۲ = ۰,۳$ $\log ۳ = ۰,۴$ اختلاف ریشه $(\log \frac{۵}{۳})x^۲+(\log ۹)x-\log ۱۵=۰$ $\underbrace{\log ۵-\log ۳}_{\log\frac{۱۰}{۲}} = \log ۱۰ - \log ۲ - \log ۳ = ۰,۳$ $\log ۹^{\to ۳^۲} = ۲\log ۳ = ۰,۸$ $\log ۱۵ = \log ۳ + \log ۱۰ - \log ۲ = ۰,۴+۱-۰,۳ = ۱,۱$ $۰,۳x^۲+۰,۸x-۱,۱=۰$ $\xrightarrow{\div ۱۰^{-۱}} ۳x^۲+۸x-۱۱=۰ \longrightarrow \Delta = ۶۴+۱۳۲=۱۹۲$ $\vert x_۲-x_۱ \vert = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{\vert a \vert} = \dfrac{۱۴}{۳}$
۵	$\log_۲ ۷ = ۲,۸$ $\log_۵ ۲ = ۰,۵$ $\log_{۱۴} ۱۰ = ?$ $\longrightarrow \dfrac{۱}{\log_۲ ۵} = \dfrac{۱}{۲} \to \log_۲ ۵ = ۲$ $\dfrac{\log_۲ ۱۰^{\to ۲\times۵}}{\log_۲ ۱۴^{\to ۲\times۷}} = \dfrac{\log_۲ ۲+\log_۲ ۵}{\log_۲ ۲+\log_۲ ۷} \Rightarrow \dfrac{۱+۲}{۱+۲,۸} = \dfrac{۳}{۳,۸} = \dfrac{۳۰}{۳۸} = \dfrac{۱۵}{۱۹}$

۶	$\log_{۳}^{۵} = ۱,۵$ $\log_{۲}^{۳} = ۱,۶$ $\log_{۱۵}^{۶} = ?$ $\frac{\log_{۲}^{۵}}{\cancel{\log_{۲}^{۳}}\ \frac{۸}{۵}} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \log_{۲}^{۵} = \frac{۸}{۵} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۱۲}{۵}$ $\log_{۱۵}^{۶} = \frac{\log_{۲}^{۶}}{\log_{۲}^{۱۵}} = \frac{\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}}{\log_{۲}^{۵}+\log_{۲}^{۳}}$ $= \frac{۱+۱,۶}{۲,۴+۱,۶} = \frac{۲,۶}{۴} \cancel{=} \frac{۲۶۰}{۴۰} = \frac{۱۳}{۲۰} = ۰,۶۵$
۷	$\log_{۸}^{۱۸} = m$ $\log_{۴}^{۱۲} = ?$ $\log_{۸}^{۱۸} = \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{۱۸} = \frac{۱}{۳}\times(\log_{۲}^{۳^{۲}} + \cancel{\log_{۲}^{۲}}^{۱}) = \frac{۱}{۳}(۲\log_{۲}^{۳}+۱) \to \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = m - \frac{۱}{۳}$ $\Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲}$ $\frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۱۲} = \frac{۱}{۲}(۲\log_{۲}^{۲} + \log_{۲}^{۳}) = \frac{۱}{۲}(۲+\frac{۳}{۲}m-\frac{۱}{۲})$ $= \frac{۳}{۴} + \frac{۳}{۴}m = \frac{۳}{۴}(۱+m)$
۸	$(۰,۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^{۲}}$ $\log_{۸}^{(۹x+۱)}$ $(\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^{۲}} \Rightarrow (\frac{۵}{۲})^{۱-۲x} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^{۲}}$ $۳x^{۲}+۲x-۱=۰$ $x_{۱}=-۱$ غ ق ق $x_{۲} = \frac{۱}{۳}$ $x = \frac{۱}{۳} \longrightarrow \log_{۸}^{۴} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \frac{۲}{۳}$
۹	$\log_{۲}^{۳} = a$ $\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a)$ $\log(۳b-۸)$ $\frac{۱}{\cancel{۳}}\log_{۲}^{b} = \frac{۲}{\cancel{۳}}(۱+a)$ $\log_{۲}^{b} = ۲+۲\log_{۲}^{۳}$ $۲(۱+\log_{۲}^{۳}) = ۲\log_{۲}^{۶}$ $\log_{۲}^{۳۶} = \log_{۲}^{b} \to b = ۳۶$ $\log(۱۰۸-۸) = \boxed{۲}$
۱۰	$(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}})^{\frac{c}{a}} = ?$ عکس مجموع ریشه‌های $-۴ax^{۲}+bx+\frac{۱}{۲}c=۰$ برابر $\log ۴$ و a واسطه حسابی b و c، عکس مجموع ریشه‌ها $= \frac{۴a}{b} = ۲\log ۲ \Rightarrow \frac{۲a}{b} = \log ۲ \to b = \frac{۲a}{\log ۲}$ $\frac{b+c}{۲} = a \to c = ۲a-b$ $\frac{c}{a} = \frac{۲a-b}{a} = ۲-\frac{b}{a} = ۲-(\frac{۲a}{\log ۲}\times\frac{۱}{\cancel{a}}) = ۲-\frac{۲}{\log ۲}$ $۲(۱-\underbrace{\frac{۱}{\log ۲}}_{\log_{۲}^{۱۰}}) = ۲-۲\log_{۲}^{۱۰} = ۲-\log_{۲}^{۱۰۰}$ $\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲-۲\log_{۲}^{۱۰}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{\underbrace{۲(\underset{\log_{۲}^{۲}}{۱}-\log_{۲}^{۱۰})}_{\log_{۲}^{۰,۲}}}$ $۲^{-\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۰,۲}} =$ [redacted] $۲^{\log_{۲۴}^{۵}} \to ۵^{\log_{۲۴}^{۲}} = ۵^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۲}} = \sqrt[۴]{۵}$