درینا زرین ناز — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ — کلاس یازدهم B

۱)

$$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \Rightarrow \underbrace{1}_{a}y^2+\underbrace{6}_{b}y+\underbrace{(2x^2-4x+k)}_{c}=0 \quad \begin{cases}\Delta=0\\ \Delta<0\end{cases}$$

مرتب سازی

$$\Delta=b^2-4ac \longrightarrow 36-4(1)(2x^2-4x+k) \Rightarrow 36-8x^2+16x-4k=0$$

$$-8x^2+16x+(36-4k)=0 \Rightarrow 2x^2-4x+(k-9)=0 \;,\; \Delta\geqslant 0$$

ساده سازی

$$\Delta: b^2-4ac=16-4(2)(k-9)$$

$$\Rightarrow \Delta: 16-8k+72 \rightsquigarrow 88-8k\leqslant 0 \Rightarrow 8k\leqslant 88 \Rightarrow \boxed{k\leqslant 11}$$

۲)

$$f(x)=\begin{cases}x^2+4x\;;\; x\geqslant a\\ 2x+a+2\;;\; x\leqslant a\end{cases} \xrightarrow{x=a} a^2+4a=2a+a+2 \hookrightarrow a^2+a-2=0$$

$$\Rightarrow (a+2)(a-1)=0 \Rightarrow a>0 \Rightarrow$$ پس مقدار $a=-2$ غیرقابل قبول

-2 ، 1 $\hookrightarrow \boxed{a=1}$

$$\begin{cases}x^2+4x\;;\; x\geqslant 1\\ 2x+3\;;\; x\leqslant 1\end{cases} \Rightarrow f(1)=x^2+4x=1^2+4(1)=\boxed{5}$$

۳)

$$f(x)=\begin{cases}2x^2-b\;;\; |x+1|\geqslant 2\\ a+2x\;;\; -3\leqslant x\leqslant -1\end{cases} \xRightarrow{x=-3} 2(-3)^2-b=a-6 \rightsquigarrow 18-b=a-6$$

$$\Rightarrow a+b=\boxed{24}$$

۴)

$$y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x} \rightsquigarrow D_f=\{2\}$$

$$\frac{a}{6}=2 \quad a=\boxed{12}$$

$$\begin{cases}6x-a\geqslant 0 \Rightarrow 6x\geqslant a \Rightarrow x\geqslant \frac{a}{6} \Rightarrow x\geqslant 2\\ b-3x\geqslant 0 \Rightarrow 3x\leqslant b \Rightarrow x\leqslant \frac{b}{3} \Rightarrow x\leqslant 2 \longrightarrow \frac{b}{3}=2 \quad b=\boxed{6}\end{cases}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{6}{12}=\boxed{\frac{1}{2}}$$ جواب

۵) الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+4}} \Rightarrow \sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} \Rightarrow \frac{x+1}{x-3}\geqslant 0$

x		-1		$+3$	
y	$+$	0	$-$		$+$

(I)

$\frac{6-x}{x^2+2x+4}\geqslant 0 \Rightarrow$ آلفای مخرج صفر و فاقد ریشه است $\Rightarrow$

x		6	
y	$+$	0	$-$

$\Rightarrow (II)$ $\quad \underbrace{(I)\cap(II)}$

$D_f=(-\infty,-1]\cup(3,6]$

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]} \Rightarrow [x]-4\geqslant 0 \Rightarrow [x]\geqslant 4 \Rightarrow x\geqslant 4 \quad (I)$

$2-[x]\geqslant 0 \Rightarrow [x]\leqslant 2 \Rightarrow x<3 \Rightarrow (II) \qquad (I)\cap(II) \Rightarrow D_f=\varnothing$

---

۶) الف) $y=\sqrt{\frac{x^2-x-6}{\underbrace{x^4-13x^2+36}_{(x^2-9)(x^2-4)}}} \Rightarrow \frac{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)(x-2)\cancel{(x+2)}}\geqslant 0$

$3 \quad -2$

$3 \quad -3 \quad 2 \quad -2$

x		-3		-2^*		2		3^*	
y	$+$		$-$		$-$		$+$		$+$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

ب) $y=\sqrt{\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}} \Rightarrow \frac{(x-1)(x^2-x-6)}{(x+1)(x^2+x-6)} \Rightarrow \frac{\cancel{(x-1)}\cancel{(x-3)}\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+1)}\cancel{(x+3)}\cancel{(x-2)}}\geqslant 0$

$1 \quad 3 \quad -2$

$-1 \quad -3 \quad 2$

x		-3		-2		-1		1		2		3	
y	$+$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

---

۷) الف) $y=\sqrt{[-x]-2} \qquad [-x]-2\geqslant 0 \Rightarrow [-x]\geqslant 2 \Rightarrow -x\geqslant 2 \Rightarrow x\leqslant -2$

$D_f=(-\infty,-2]$

ب) $y=\frac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \Rightarrow [x]^2-2[x]-3\neq 0 \Rightarrow ([x]-3)([x]+1)\neq 0$

$3\leqslant x<4 \qquad [x]=3 \qquad [x]=-1$

$-1\leqslant x<0$

$D_f=\mathbb{R}-[-1,0)\cup[3,4)$

مخرج نباید این مقادیر را داشته باشد

(۸

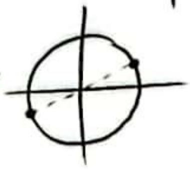
الف) $y = \dfrac{\cot x + 1}{\tan x + 1}$ $\begin{cases} \tan x + 1 \neq ۰ \Rightarrow \tan x \neq -1 & x \neq k\pi - \frac{\pi}{۴} \\ \cos x \neq ۰ \Rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \end{cases}$

$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi - \frac{\pi}{۴}, k\pi + \frac{\pi}{۲}\}$

ب) $y = \sqrt{1 - ۴\sin^۲ x} \Rightarrow 1 - ۴\sin^۲ x \geqslant ۰ \Rightarrow ۴\sin^۲ x \leqslant 1$

$\Rightarrow \sqrt{\sin^۲ x} \leqslant \sqrt{\frac{1}{۴}} \Rightarrow |\sin x| \leqslant \frac{1}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \sin x \leqslant \frac{1}{۲} \\ \sin x \geqslant -\frac{1}{۲} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{۲} \leqslant \sin x \leqslant \frac{1}{۲}$

$۲k\pi - \frac{\pi}{۶} \leqslant \sin x \leqslant ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$



$\rightsquigarrow D_f = \{x \in \mathbb{R} / ۲k\pi - \frac{\pi}{۶} \leqslant x \leqslant ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}\}$

(۹

الف) $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{۲}}^{x-1}}$ $\begin{cases} x - 1 > ۰ \Rightarrow x > 1 \ (I) \\ 1 - \log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \geqslant ۰ \Rightarrow \log_{\frac{1}{۲}}^{x-1} \leqslant 1 \Rightarrow x - 1 \leqslant \frac{1}{۲} \end{cases}$

$\Rightarrow x \leqslant \cancel{\frac{1}{۲} + 1}\ \frac{۳}{۲} \ (II)$ $\quad (I) \cap (II) \Rightarrow D_f = (1, \frac{۳}{۲}] \longleftarrow$ جواب

ب) $y = \dfrac{\sqrt{x^۲ - x}}{1 - \log_{۴}^{x^۲ - ۳x}} \Rightarrow x^۲ - x \geqslant ۰ \Rightarrow x(x-1) \geqslant ۰$

$\begin{array}{c|ccccc} x & & ۰ & & 1 & \\ \hline y & + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$

$\hookrightarrow (-\infty, ۰] \cup [1, +\infty) \ (I)$

$\begin{cases} x^۲ - ۳x > ۰ \\ \hookrightarrow x(x-۳) > ۰ \end{cases}$ $\begin{array}{c|ccccc} x & & ۰ & & ۳ & \\ \hline y & + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$ $\Rightarrow (-\infty, ۰) \cup (۳, +\infty) \ (II)$ (شرط ۱

$1 - \log_{۴}^{x^۲ - ۳x} \neq ۰ \Rightarrow \log_{۴}^{x^۲ - ۳x} \neq 1 \Rightarrow x^۲ - ۳x \neq ۴$ (شرط ۲

$\Rightarrow x^۲ - ۳x - ۴ \neq ۰ \Rightarrow (x-۴)(x+1) \neq ۰ \Rightarrow [x \neq ۴, x \neq -1] \ (III)$

$(I) \cap (II) \cap (III) = (-\infty, ۰) \cup (۳, +\infty) - \{-1, ۴\} \longleftarrow$ جواب

مرتب شده

$D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, ۰) \cup (۳, ۴) \cup (۴, +\infty)$

۱۰)

الف) $y=\sqrt{۲^{۴x-x^۲}-۸} \Rightarrow ۲^{۴x-x^۲}-۸ \geqslant ۰ \qquad ۲^{۴x-x^۲} \geqslant ۸ \to ۲^۳$

$۴x-x^۲ \geqslant ۳ \Rightarrow -x^۲+۴x-۳ \geqslant ۰ \Rightarrow (x+۱)(x+۳) \leqslant ۰$

(روش روش)

$-۱ \to ۱ \qquad -۳ \to ۳$

x		۱		۳	
y	+	۰	−	۰	+

$\Rightarrow D_f = [۱, ۳]$

ب) $y=\left(\dfrac{۳x+۵}{۲x+۴}\right)! \qquad \dfrac{۳x+۵}{۲x+۴} \in W \Rightarrow ۳x+۵ = ۲xw+۴w$

$\Rightarrow \underbrace{۳x-۲xw}_{x(۳-۲w)} = ۴w-۵ \Rightarrow x=\dfrac{۴w-۵}{-۲w+۳} \Rightarrow x=-\dfrac{۴k+۵}{-۲k-۳}$

$\Rightarrow D_f=\left\{x / x=\dfrac{۴k+۵}{۲k+۳}, k\in W\right\}$