پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ — کلاس یازدهم B — نیلیا زرین نژاد — ۱۷٫۵

۱)

$2x^2+y^2-4x+6y+k=0 \Rightarrow 1y^2+6y+(2x^2-4x+k)=0 \quad \begin{cases}\Delta=0\\ \Delta<0\end{cases}$

مرتب سازی: a ، b ، c

$\Delta=b^2-4ac \to 36-4(1)(2x^2-4x+k) \Rightarrow 36-8x^2+16x-4k=0$ — ۱٫۷۵

$-8x^2+16x+(36-4k)=0 \Rightarrow 2x^2-4x+(k-9)=0 \quad , \quad \Delta\geq 0$

ساده سازی $\to \Delta: b^2-4ac=16-4(2)(k-9)$

$\Rightarrow \Delta: 16-8k+72 \to 88-8k\leq 0 \Rightarrow 8k\leq 88 \Rightarrow k\leq 11$

عبارت تک نقطه $(2,-1)$ است ← $k=11$

۲)

$f(x)=\begin{cases}x^2+4x \; ; \; x\geq a\\ 2x+a+2 \; ; \; x<a\end{cases} \overset{x=a}{\Rightarrow} a^2+4a=2a+a+2 \to a^2+a-2=0$

$\Rightarrow (a+2)(a-1)=0 \Rightarrow a>0 \Rightarrow$ پس مقدار $a=-2$ غیرقابل قبول

-2 ، 1 $\to a=1$

$\begin{cases}x^2+4x \; ; \; x\geq 1\\ 2x+3 \; ; \; x<1\end{cases} \Rightarrow f(1)=x^2+4x=1^2+4(1)=5$ — ✓ ۲

۳)

$f(x)=\begin{cases}2x^2-b \; ; \; |x+1|\geq 2\\ a+2x \; ; \; -3<x<-1\end{cases} \overset{x=-3}{\Rightarrow} 2(-3)^2-b=a-6 \to 18-b=a-6$

$\Rightarrow a+b=24$ — ✓ ۲

۴)

$y=\sqrt{6x-a}+\sqrt{b-3x} \to D_f=\{2\}$

$\begin{cases}6x-a\geq 0 \Rightarrow 6x\geq a \Rightarrow x\geq \frac{a}{6} \Rightarrow x\geq 2\\ b-3x\geq 0 \Rightarrow 3x\leq b \Rightarrow x\leq \frac{b}{3} \Rightarrow x\leq 2\end{cases}$

$\frac{a}{6}=2 \quad a=12$

$\frac{b}{3}=2 \quad b=6$ — ✓ ۲

$\frac{b}{a}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ جواب

۵) الف) $y=\sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}}+\sqrt{\frac{6-x}{x^2+2x+4}} \Rightarrow \sqrt{\frac{x+1}{|x-3|}} \Rightarrow \frac{x+1}{x-3}\geq 0$

x		-1		$+3$	
y	$+$	0	$-$	∄	$+$

(I) — ریشه قدر مطلق

$\frac{6-x}{x^2+2x+4}\geq 0 \Rightarrow$ آنهای مخرج صعود فاقد ریشه است $\Rightarrow$

x		6	
y	$+$	0	$-$

$\Rightarrow$ (II) — $(I)\cap(II)$

$D_f=(-\infty,-1]\cup(3,6]$

$D_f=[-1,6]-\{3\}$

۱/۵

ب) $y=\sqrt{[x]-4}+\sqrt{2-[x]} \Rightarrow [x]-4\geq 0 \Rightarrow [x]\geq 4 \Rightarrow x\geq 4$ (I)

$2-[x]\geq 0 \Rightarrow [x]\leq 2 \Rightarrow x<3 \Rightarrow$ (II) $\quad (I)\cap(II) \Rightarrow D_f=\varnothing$

---

۶) الف) $y=\sqrt{\frac{x^2-x-6}{x^4-13x^2+36}} \Rightarrow \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}\geq 0$

$(x^2-9)(x^2-4)$

x		-3		-2^*		2		3^*	
y	$+$	∄	$-$	∄	$-$	∄	$+$	∄	$+$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

۲

ب) $y=\sqrt{\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3+2x^2-5x-6}} \Rightarrow \frac{(x-1)(x^2-x-6)}{(x+1)(x^2+x-6)} \Rightarrow \frac{(x-1)(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+3)(x-2)}\geq 0$

x		-3		-2		-1		1		2		3	
y	$+$	∄	$-$	0	$+$	∄	$-$	0	$+$	∄	$-$	0	$+$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,-3)\cup[-2,-1)\cup[1,2)\cup[3,+\infty)$

---

۷) الف) $y=\sqrt{[-x]-2} \quad [-x]-2\geq 0 \Rightarrow [-x]\geq 2 \Rightarrow -x\geq 2 \Rightarrow x\leq -2$

$D_f=(-\infty,-2]$

۲

ب) $y=\frac{5x^2+6}{[x]^2-2[x]-3} \Rightarrow [x]^2-2[x]-3\neq 0 \Rightarrow ([x]-3)([x]+1)\neq 0$

$[x]=3 \quad [x]=-1$

$3\leq x<4 \qquad -1\leq x<0$

مخرج نباید این مقادیر را داشته باشد

$D_f=\mathbb{R}-[-1,0)\cup[3,4)$

(۸

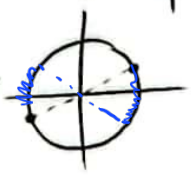
الف) $y = \frac{\cot x + 1}{\tan x + 1}$ $\begin{cases} \tan x + 1 \neq 0 \Rightarrow \tan x \neq -1 \quad x \neq k\pi - \pi/4 \\ \cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq k\pi + \pi/2 \quad \sin x \neq 0 \end{cases}$

$D_f = \mathbb{R} - \{k\pi - \pi/4, k\pi + \pi/2\}$ $D = \mathbb{R} - \{\frac{k\pi}{2}, k\pi - \frac{\pi}{2}\}$ 1

ب) $y = \sqrt{1 - 4\sin^2 x} \Rightarrow 1 - 4\sin^2 x \geq 0 \Rightarrow 4\sin^2 x \leq 1$

$\Rightarrow \sqrt{\sin^2 x} \leq \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow |\sin x| \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin x \leq \frac{1}{2} \\ \sin x \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$

$2k\pi - \frac{\pi}{6} \leq \sin x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{6}$



$\hookrightarrow D_f = \{x \in \mathbb{R} / 2k\pi - \frac{\pi}{6} \leq x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{6}\}$

(۹

الف) $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{2}}^{x-1}}$ $\begin{cases} x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad (I) \\ 1 - \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{x-1} \leq 1 \Rightarrow x - 1 \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow x \leq \frac{3}{2} + 1 \quad (II)$ $(I) \cap (II) \Rightarrow D_f = (1, \frac{3}{2}]$ ← جواب

$D_f = [\frac{3}{2}, +\infty)$

ب) $y = \frac{\sqrt{x^2 - x}}{1 - \log_4^{x^2 - 3x}} \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x-1) \geq 0$

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
y	+	0	−	0	+

$\hookrightarrow (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \quad (I)$ 1,0

$\begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ \hookrightarrow x(x-3) > 0 \end{cases}$

x	$-\infty$	0		3	$+\infty$
y	+	0	−	0	+

$\Rightarrow (-\infty, 0) \cup (3, +\infty) \quad (II)$ (۱ نمره

$1 - \log_4^{x^2 - 3x} \neq 0 \Rightarrow \log_4^{x^2 - 3x} \neq 1 \Rightarrow x^2 - 3x \neq 4$ (۲ نمره

$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 \neq 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq 4, x \neq -1 \quad (III)$

$(I) \cap (II) \cap (III) = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty) - \{-1, 4\}$ ← جواب

$D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (3, 4) \cup (4, +\infty)$ ← ۱ نمره

الف) $y = \sqrt{2^{4x-x^2} - 8} \Rightarrow 2^{4x-x^2} - 8 \geq 0 \quad 2^{4x-x^2} \geq 8 \rightarrow 2^3$

$4x - x^2 \geq 3 \Rightarrow \ominus x^2 + 4x - 3 \geq 0 \Rightarrow (x+1)(x+3) \leq 0$

(روش دوم)

$-1 \rightarrow (1) \quad -3 \rightarrow (3)$

x		1		3	
y	$+$	$\circ$	$-$	$\circ$	$+$

$\Rightarrow D_f = [1, 3]$ ✓

ب) $y = \left(\frac{3x+5}{2x+4}\right)! \quad \frac{3x+5}{2x+4} \in w \Rightarrow 3x+5 = 2xw + 4w$

$\Rightarrow \underbrace{3x - 2xw}_{x(3-2w)} = 4w - 5 \Rightarrow x = \frac{4w-5}{-2w+3} \Rightarrow x = -\frac{4k+5}{+2k-3}$

$\Rightarrow D_f = \{x / x = \frac{-4k+5}{2k+3}, k \in w\}$

۱٫۲۵